

Modelo radial poroelástico con flujo de líquido no-isotérmico (des)acoplado

Mario César Suárez Arriaga

Asociación Geotérmica Mexicana – International Geothermal Association, 58090 Morelia, Mich., México. Correo: mcsa50@gmail.com

RESUMEN

Este artículo introduce un nuevo modelo termo-poroelástico radial con flujo de líquido no isotérmico, parcialmente acoplado geomecánicamente. El modelo contiene trece ecuaciones analíticas, con el mismo número de incógnitas, las cuales describen la deformación de la roca en la vecindad del pozo, producida por la inyección o extracción de líquido en un reservorio geotérmico, usando coordenadas polares. El modelo acoplado describe el flujo simultáneo de fluido y calor conductivo-convectivo en rocas poroelásticas linealmente, siguiendo la teoría clásica de M. Biot. El fluido puede seguir la Ley de Darcy o ser de tipo no-Darciano. Bajo un régimen de extracción a gasto constante, la roca y el líquido pueden estar a la misma temperatura en equilibrio térmico local. Durante la inyección, el sistema roca/fluido está en desequilibrio térmico local (DETL) porque las temperaturas del fluido y del sólido son diferentes. Las incógnitas y ecuaciones del modelo son: presión del líquido, velocidad del fluido, temperaturas de la roca y del líquido, variación del fluido contenido en los poros, desplazamiento radial de la roca sólida, deformación volumétrica, porosidad, deformaciones y tensiones radiales y tangenciales y velocidad de deformación del sólido. Las ecuaciones simultáneas se resuelven en el siguiente orden algorítmico: $[p_f, v_f, T_s, T_f, \zeta_f, u_r, \varepsilon_B, \varphi, \varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \sigma_r, \sigma_\theta, v_s]$, respectivamente. Excepto las temperaturas, todas las incógnitas son funciones explícitas del tiempo y del radio $f(r, t)$. Debido al DETL, existe una transferencia neta de calor volumétrico q_{sf} $[W/m^3]$ entre el esqueleto sólido y el líquido, cuyo valor puede estimarse numéricamente. La permeabilidad puede ser constante o bien puede estimarse como función de la porosidad y presión del líquido a través de alguna correlación empírica. La deformación radial de la roca sólida u_r es un campo vectorial no rotacional, y en consecuencia la variación del fluido contenido en los poros ζ_f , deviene proporcional a la presión de poro p_f , que se calcula utilizando el modelo clásico de Theis. En estas condiciones poroelásticas, se obtiene analíticamente el desplazamiento radial del sólido $u_r(r, t)$, integrando el gradiente de ζ_f . El sistema de ecuaciones con todas sus incógnitas se resuelve simultáneamente en coordenadas cilíndricas. Una vez obtenida la velocidad del fluido, ambas temperaturas sólido/fluido se computan usando nuevas soluciones analíticas radiales de la ecuación de difusión-convección. Este modelo termoporoelástico es didáctico, útil y fácil de usar. Permite explorar diferentes condiciones del fluido, la roca o los parámetros geomecánicos, así como probar diferentes condiciones iniciales y de frontera estimando aproximadamente el límite práctico de fracturamiento de la formación. El modelo puede utilizarse como punto de referencia (*benchmark*) para probar modelos totalmente numéricos, más generales. Se muestran resultados gráficos con ilustración de casos prácticos con extracción e inyección de líquido con datos del reservorio geotérmico de Los Humeros, México.

Palabras clave: Termo-poroelasticidad, modelo geomecánico radial acoplado, desequilibrio térmico local, coordenadas cilíndricas.

Radial poroelastic model with flow of non-isothermal (un)coupled liquid

ABSTRACT

This paper introduces a new thermo-poroelastic model in terms of analytic equations, to describe the rock deformation produced by fluid injection/extraction in geothermal reservoirs, using radial coordinates. The model is fully coupled in isothermal poroelastic conditions, but is thermally uncoupled if local thermal non-equilibrium (LTNE) is considered. The uncoupled model describes the flow of fluid

and conductive-convective heat in deformable porous rocks, according to linear Biot's theory. The fluid flow can be of Darcy's type or non-Darcian. There are thirteen unknowns in this model: fluid pressure, variation of the fluid content in the pores, radial displacement of the solid skeleton, radial and tangential strains and stresses, porosity, deformation velocity of the solid, fluid velocity and rock and fluid temperatures, respectively. Except the temperatures, all the unknowns are explicit functions of radius and time $f(r, t)$. Considering LTNE, there is an effective volumetric heat transfer q_{sf} [W/m³] between the solid skeleton and the liquid. The porosity is estimated as a function of fluid pressure and temperature. The radial deformation of the solid rock u_r is an irrotational vector field, as a consequence, the variation of the fluid content ζ_f , becomes proportional to the pore pressure p_f , which is calculated using the classical Theis model. In these conditions, the diffusion equation of ζ_f is integrated to obtain the solid radial displacement $u_r(r, t)$ in analytical form. The system of simultaneous equations with all its unknowns is immediately solved in cylindrical coordinates. Once the fluid velocity is obtained, the fluid temperature can be computed using a new analytical solution of the diffusion-convection equation. This radial thermoporoelastic model is didactic, useful and simple to use. It allows to explore different conditions for both the fluid and the geomechanical parameters, as well as different boundary and initial conditions; therefore, it can be used as a benchmark to test fully numerical models. Graphical results are shown to illustrate practical cases with extraction and injection of fluid into a reservoir using real data from the Los Humeros, México geothermal field.

Key Words: Thermo-poroelasticity, coupled radial geomechanic model, local thermal non-equilibrium, cylindrical coordinates.

INTRODUCCIÓN

La termoporoelasticidad describe fenómenos termo-hidro-mecánicos (THM). Estos procesos reales ocurren cuando la roca del reservorio es sometida simultáneamente a esfuerzos geomecánicos, térmicos e hidráulicos (Coussy, 2004; Cheng, 2016). La teoría poroelástica lineal de Maurice Biot (1941) es isotérmica; utiliza la elasticidad clásica de Hooke para describir la respuesta mecánica de la roca, acoplando la ley de Darcy para el transporte de fluidos dentro de los poros y fracturas, sometida a diferentes tipos de estrés y condiciones de frontera. Todo proceso implicado en reservorios geotérmicos puede ser isotérmico o no isotérmico. En el primer caso, se supone que hay equilibrio térmico local (ETL). El segundo caso ocurre cuando la temperatura del reservorio muestra cambios, que pueden ser asumidos tanto en ETL o bajo condiciones de desequilibrio térmico local (DETL). Esto ocurre, por ejemplo, cuando se inyecta líquido a menor temperatura en un yacimiento caliente; entonces las fases sólida y líquida interactúan a través de un mecanismo de transferencia de calor volumétrico (Vafai, 2015; Suárez-Arriaga, 2016). La Ley de Darcy es influenciada por la deformación de la roca porque hay cambios en porosidad y permeabilidad cuando cambia la presión y/o la temperatura. En cuanto a la difusión térmica, se supone que la deformación de la roca y el flujo del fluido tienen poco efecto en la conducción de calor puro. Ambos casos, ETL y DETL se formulan en este artículo, pero sólo el modelo termoporoelástico desacoplado radial se resuelve exactamente en ETL. El modelo más general en DETL acoplado se describe completamente, pero su solución sólo puede lograrse numéricamente, la cual se presentará en una futura segunda parte de este trabajo. En este documento la atención se centra sólo en la deformación de la roca en la vecindad de un pozo situado en el reservorio bajo condiciones de inyección o extracción de líquido. Para ello, se desarrolla un modelo analítico poroelástico, completamente acoplado en coordenadas radiales, con efectos térmicos desacoplados y se presentan sus principales resultados.

Los modelos poromecánicos son necesarios para calcular los cambios de presión del poro, el estado de tensión-deformación, efectos de reinyección de agua fría en reservorios calientes, deformaciones debidas a cambios térmicos, fracturación hidráulica o térmica, etc. Los enfoques analíticos también son útiles para comparar y verificar la precisión y exactitud de los modelos numéricos, que son más

generales en su alcance y aplicabilidad a problemas reales.

DESCRIPCIÓN GENERAL DEL MODELO RADIAL

Suponiendo válidas las hipótesis de la solución clásica de Theis para calcular la distribución de presión transitoria en un reservorio cilíndrico, es posible construir un modelo poroelástico matemáticamente exacto, que incluye el flujo de líquido, deformación de la roca y distribución radial de temperaturas. Suponiendo que todos los coeficientes termoporoelásticos necesarios pueden medirse, las incógnitas del modelo radial son trece. Todas las incógnitas, exceptuando temperaturas, son funciones del radio y del tiempo, tienen la forma general $[f(r, t)]$ y corresponden a funciones específicas y ecuaciones bien definidas, publicadas en un documento reciente (Suárez y Samaniego, 2017). Las funciones-incógnita descritas se resuelven en el siguiente orden algorítmico:

- 1) $p_f \rightarrow$ presión del fluido. 2) $\zeta_f \rightarrow$ variación del fluido contenido en poros. 3) $v_D \rightarrow$ velocidad de Darcy.
- 4) $u_r \rightarrow$ desplazamiento radial del sólido. 5) $\varepsilon_B \rightarrow$ deformación volumétrica. 6) $\varepsilon_r \rightarrow$ deformación radial.
- 7) $\varepsilon_\theta \rightarrow$ deformación tangencial. 8) $\varphi \rightarrow$ porosidad. 9) $\sigma_r \rightarrow$ tensión radial. 10) $\sigma_\theta \rightarrow$ tensión tangencial
- 11) $v_S \rightarrow$ velocidad del sólido. 12) $T_f \rightarrow$ temperatura del fluido. 13) $T_S \rightarrow$ temperatura del sólido.

El vector desplazamiento de las partículas sólidas $u_r(r, t)$ tiene solamente una componente espacial en la dirección radial y, por lo tanto, su rotacional es cero. La variación del líquido contenido en los poros ζ_f (incremento o decremento) se puede medir experimentalmente o puede calcularse a partir de fórmulas poroelásticas (Biot, 1941; Wang, 2000; Bundschuh y Suárez-Arriaga, 2010):

$$\zeta_f(\rho_f, \varphi) = \frac{\rho_f \Delta \varphi + \varphi \Delta \rho_f}{\rho_0} \quad (0)$$

donde ρ_f es la densidad del fluido, φ es la porosidad y ρ_0 es la densidad inicial del fluido. Bajo la condición de rotacional nulo para el vector radial u_r , la función $\zeta_f(r, t)$ es proporcional a la presión del fluido en los poros p_f (Wang, 2000; Cheng, 2016):

$$\vec{\nabla} \times \vec{u}_r(r, t) = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\zeta_f(r, t) = S_r p_f(r, t)} \Rightarrow \boxed{S_r = \frac{b}{K_v \gamma_e}} \quad (1)$$

$$\left\{ K_v = K_B + \frac{4}{3}G, \gamma_e = \frac{1 + \nu_U}{1 - \nu_U} \frac{B}{3}, b = \left(\frac{\partial p_k}{\partial p_f} \right)_{\varepsilon_B} \right\}$$

Donde S_r es el almacenamiento específico en la dirección radial, calculado en términos de la compresibilidad radial K_v y otros coeficientes poroelásticos definidos. Así: $K_B = 1/C_B$, donde C_B es la compresibilidad global roca/fluido, G es el módulo cortante, γ_e es la eficiencia de carga poroelástica, ν_U es el módulo de Poisson no-drenado, B es el coeficiente de Skempton, p_k es la compresión confinante y b es el módulo de Biot-Willis (1957). Si la presión del líquido satisface la geometría y las hipótesis de línea fuente infinita continua (Figura 1), entonces p_f puede calcularse aproximadamente con la solución de Theis modificada y, consecuentemente obtener la variación del líquido contenido:

$$(\text{modelo de Theis}) \rightarrow p_f(r, t) \rightarrow \boxed{\zeta_f(r, t) = S_r p_0 + \frac{Q_v \mu_f S_r}{4\pi z_w k_r} \Gamma_0 \left[\frac{r^2}{4\eta_f t} \right]} \leftarrow \eta_f = \frac{k_r}{\mu_f S_r} \quad (2)$$

Donde p_0 , Q_v , μ_f , z_w , k_r , η_f son la presión inicial del reservorio, gasto volumétrico (m^3/s), viscosidad dinámica del líquido, espesor del reservorio, permeabilidad radial, difusión hidráulica, respectivamente. En la ecuación (2) el símbolo Γ_0 representa a la función Gama incompleta de orden 0 definida para cualquier número $a \geq 0$ (Abramowitz & Stegun, 1972):

$$\Gamma_a[w] = \int_w^\infty x^{a-1} e^{-x} dx \quad (3)$$

De la solución (2) se deduce directamente la velocidad del fluido v_D (Darcy) si el flujo es laminar :

$$v_D = -\frac{k_r}{\mu_f} \frac{\partial p_f}{\partial r} = \frac{Q_v}{2\pi z_w r} e^{-\frac{r^2}{4\eta_f t}} \quad (4)$$

Si el flujo no es laminar, puede emplearse una ecuación no lineal, no Darciana. El modelo definido por las ecuaciones (1, 2, 3, 4) es válido para reservorios homogéneos de geometría radial, con un pozo completamente penetrante, en un medio poroso isotrópico muy grande, con espesor z_w . La hipótesis principal es que el yacimiento es inicialmente un sistema monofásico, con líquido a presión y temperatura uniformes en todo el sistema.

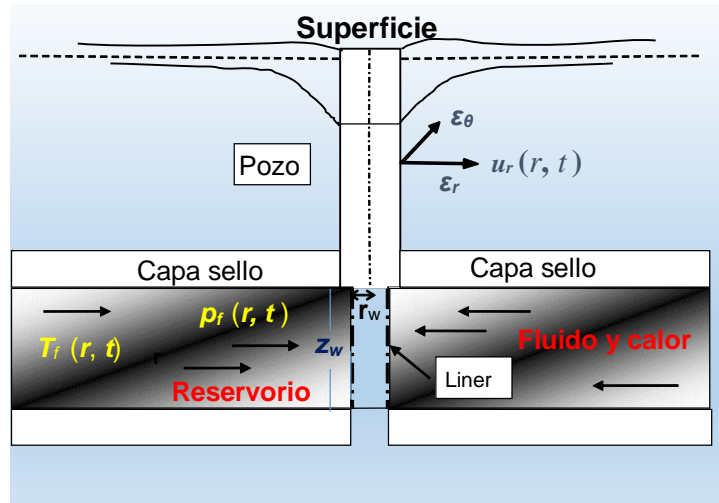


Figura 1. Geometría del reservorio y elementos principales del modelo radial. Las deformaciones ϵ_r , ϵ_θ están relacionadas al vector u_r actuando entre la pared lateral del pozo y la roca, a lo largo del liner de longitud z_w .

Una vez resuelta la incógnita en la ecuación (2) con la solución de Theis, el vector u_r del desplazamiento radial, puede integrarse exactamente con el gradiente de ζ_f (Suárez y Samaniego, 2017), obteniendo el siguiente resultado exacto, el cual incluye las condiciones de frontera radiales e inicial:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_r(r > r_w, t = 0) = 0 \\ u_r(r_w, 0) = u_r(\infty, t) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow u_r(r, t) = \frac{Q_v \gamma_e r}{8\pi \eta_f z_w} \left(\frac{4\eta_f t}{r^2} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\eta_f t}} \right) + \Gamma_0 \left[\frac{r^2}{4\eta_f t} \right] \right) \quad (5)$$

Donde r_w es el radio del pozo. Si suponemos que la velocidad del sólido no es despreciable, entonces v_s se puede computar usando la derivada parcial temporal del desplazamiento del sólido u_r :

$$v_s(r, t) = \frac{\partial u_r}{\partial t} = \frac{Q_v \gamma_e}{2\pi z_w r} (1 - e^{-r^2/4\eta_f t}) \rightarrow \left\{ v_s(r_w, 0) = 0; v_s(\infty, t) = 0 \right\} \quad (6)$$

Las deformaciones relativas al desplazamiento radial (5) se deducen de la deformación volumétrica ε_B , la cual es igual a la divergencia del vector desplazamiento u_r :

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \varepsilon_B(r, t) = \nabla \cdot (u_r \mathbf{e}_r) \Rightarrow \left\{ \varepsilon_r = \partial u_r / \partial r, \varepsilon_\theta = u_r / r \right\} \quad (7)$$

POROSIDAD, DEFORMACIONES Y TENSIONES EN EL MODELO RADIAL

La porosidad efectiva ϕ puede computarse usando la siguiente fórmula (Coussy, 2004; Bundschuh y Suárez-Arriaga, 2010):

$$\phi(r, t) = \phi_0 + b \varepsilon_B(r, t) + \frac{p_f(r, t) - p_0}{N_b} + \gamma_\phi (T - T_0) \quad (8)$$

$$\frac{1}{M} = \left(\frac{\Delta \zeta_f}{\Delta p_f} \right)_{\varepsilon_B}, \quad \frac{1}{N_b} = \frac{1}{M} - \frac{\phi_0}{K_f}, \quad \gamma_\phi = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial T} \right)_{p_f}, \quad \gamma_B = - \frac{1}{\rho_s} \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right)_{p_k}$$

Donde ϕ_0 , M , N_b , γ_ϕ , γ_B y T_0 son porosidad inicial, módulos de Biot, coeficiente de expansión térmica de poros y volumétrica y temperatura inicial promedio del reservorio, respectivamente. Las hipótesis del modelo para la variación del líquido contenido en los poros se supone que son las mismas hipótesis que en el modelo de Theis. En coordenadas radiales, el tensor de esfuerzos (tensiones > 0 , compresiones < 0) que relaciona esfuerzos radial y tangencial con las deformaciones relativas respectivas ($\varepsilon_r \rightarrow \sigma_r$, $\varepsilon_\theta \rightarrow \sigma_\theta$; Bundschuh & Suárez-Arriaga, 2010), es el siguiente:

$$\sigma_j = \lambda \varepsilon_B + 2G \varepsilon_j - b(p_f - p_0) - K_B \gamma_B (T - T_0), \quad j = r, \theta \quad (9)$$

Donde λ y G son los módulos de Lamé, y γ_B ha sido definida en la ecuación (8). Una vez que se tienen calculadas ambas deformaciones relativas de la ecuación (7), los esfuerzos correspondientes se computan usando la ecuación (9), la cual incluye el efecto combinado de la presión de poro p_f y los posibles cambios en la temperatura del fluido, como una función bilineal de ambas.

MODELO RADIAL PARA AMBAS TEMPERATURAS EN DETL

Los modelos radiales para $T_f(r)$ y $T_s(r)$ se obtienen integrando las ecuaciones correspondientes al desequilibrio térmico local (Suárez Arriaga, 2016) en estado pseudo-estacionario ($\partial/\partial t \sim 0$) para ambas temperaturas. Suponiendo que la temperatura del esqueleto sólido en $r = r_w$ es T_w y a la distancia $r = r_L \gg r_w$, es T_L , entonces la solución analítica para la temperatura del sólido $T_s(r)$ en coordenadas radiales para estas condiciones de frontera es:

$$T_s(r) = \frac{(Q_s(r_L^2 - r_w^2) + 4(T_w - T_L) \delta_s) \ln(r) + (Q_s(r^2 - r_L^2) + 4T_L \delta_s) \ln(r_w) + (Q_s(r_w^2 - r^2) - 4T_w \delta_s) \ln(r_L)}{4 \delta_s \ln(r_w / r_L)} \quad (10)$$

Donde Q_s es la transferencia global de calor para el sólido, δ_s es la difusividad térmica del sólido y \ln el logaritmo natural. La correspondiente solución radial para la temperatura del fluido se obtiene integrando dos veces la ecuación diferencial correspondiente (Suárez, 2017), que es:

$$T_f(r) = \frac{\left[-E_i\left(\frac{r_L v_D}{\delta_f \varphi}\right) \left(\delta_f Q_f \varphi^2 \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) + v_D (Q_f \varphi (r - r_w) + T_w v_D) \right) + \right.}{v_D^2 \left[E_i\left(\frac{r_w v_D}{\delta_f \varphi}\right) - E_i\left(\frac{r_L v_D}{\delta_f \varphi}\right) \right]} \left[+ E_i\left(\frac{r_w v_D}{\delta_f \varphi}\right) \left(\delta_f Q_f \varphi^2 \ln\left(\frac{r}{r_L}\right) + v_D (Q_f \varphi (r - r_L) + T_L v_D) \right) + \right. \\ \left. + E_i\left(\frac{r v_D}{\delta_f \varphi}\right) \left(\delta_f Q_f \varphi^2 \ln\left(\frac{r_L}{r_w}\right) + v_D (Q_f \varphi (r_L - r_w) - (T_L - T_w) v_D) \right) \right] \quad (11)$$

Donde Q_f es la transferencia global de calor para el fluido y δ_f es su difusividad térmica; $T_w = T_f(r_w)$ y $T_L = T_f(r_L)$ son las respectivas condiciones de frontera radiales. El símbolo $E_1(x) = -E_1(-x)$ es otra forma de la integral exponencial clásica (Abramowitz & Stegun, 1972). Ambas ecuaciones (10 y 11) están acopladas a través del coeficiente de transferencia de calor volumétrico q_{sf} :

$$Q_s = \frac{q_{sf} - q_s}{c_s \rho_s}, \quad Q_f = \frac{q_{sf}}{c_f \rho_f} \rightarrow \left[\frac{^\circ\text{C}}{\text{s}} \right], \quad \delta_s = \frac{k_s}{c_s \rho_s}, \quad \delta_f = \frac{k_f}{c_f \rho_f} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (12)$$

Donde c_s , c_f , ρ_s , ρ_f y k_s , k_f son los calores específicos, densidades y conductividades térmicas del sólido y del fluido respectivamente. Todos estos términos han sido discutidos y definidos en otro artículo reciente previo (Suárez-Arriaga, 2016). La temperatura promedio en cualquier punto del reservorio, en cada tiempo $t_0 > 0$ en estado pseudo-estacionario es:

$$T(r) = (1 - \varphi) T_s(r) + \varphi T_f(r) \quad (13)$$

Las gráficas de ambas temperaturas son las siguientes:

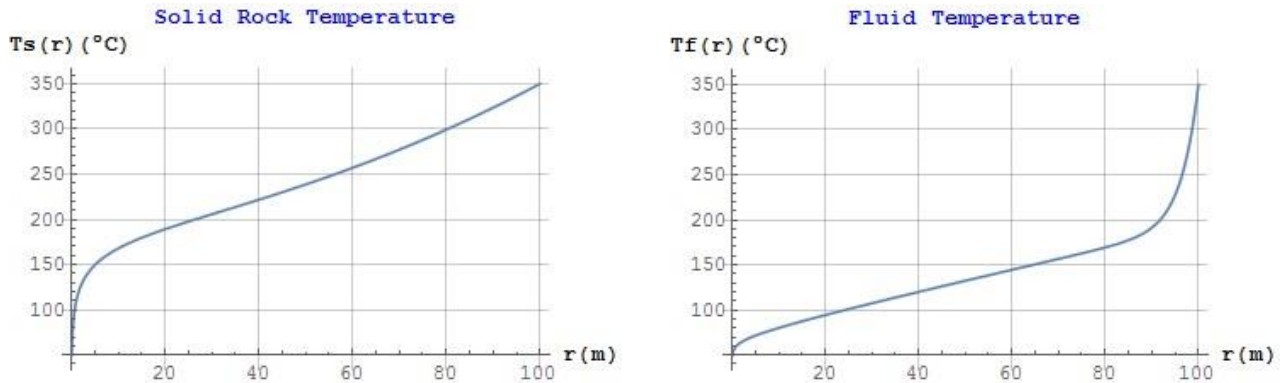


Figura 2. Temperaturas del sólido (izquierda) y del fluido (derecha) en función del radio r . Los valores de la transferencia de calor son $Q_s = 0.1 \text{ } ^\circ\text{C/s}$ and $Q_f = 0.5 \times 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C/s}$; $v_D = 0.7 \times 10^{-8} \text{ m/s}$. Datos en la Tabla 1.

La ecuación (11) es válida para cualquier valor de la velocidad del fluido, darciano o no-darciano. El estado pseudo-estacionario es válido solamente para tiempos de inyección cortos medidos en minutos, o en unas pocas horas. La aproximación extraída de la solución analítica (10) y (11) no es válida para tiempos de residencia largos del fluido en el reservorio, pues la dependencia del tiempo ya no es despreciable en este caso. Ambas ecuaciones completan la resolución de todas las incógnitas del modelo radial termoporoelástico aquí presentado.

RESULTADOS GRÁFICOS DEL MODELO RADIAL ISOTÉRMICO CON EXTRACCIÓN

Suponiendo que no hay cambios de temperatura ($T = T_0$), los siguientes gráficos fueron obtenidos con el modelo radial ya descrito. Debido a que suponemos que el esqueleto sólido sigue la ley elástica lineal de Hooke incluida en la ecuación (9), la respuesta de la roca sólida debe ser instantánea y perceptible apenas iniciada la extracción del líquido. Entonces resulta importante e interesante explorar primero lo que ocurre en tiempos muy tempranos con este modelo.

El tiempo total de simulación es de alrededor de una hora, con el objetivo de observar esa respuesta temprana. La Figura 3 ilustra la evolución de la distribución radial de la presión del fluido y la velocidad de Darcy para un gasto constante $Q_v = -0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ entre 0 y 300 segundos. Nótese que el flujo del líquido deviene estacionario rápidamente, porque el gradiente radial de presión es casi constante al poco tiempo de iniciada la extracción. Las gráficas en la Figura 4 muestran la distribución de $\zeta_f(r, t)$ y de $\phi(r, t)$ producidos por el gasto, según las ecuaciones (2) y (8). Los parámetros utilizados para obtener estos resultados se describen en la Tabla 1 y corresponden al campo de Los Humeros.

Tabla 1. Coeficientes poroelásticos fundamentales del sistema roca /fluido

ROCA	ϕ_0 (ad)	$k_r 10^{-13}$ m^2	$K_B 10^9$ Pa	$\lambda 10^9$ Pa	ν_U (ad)	b (ad)	$G 10^9$ Pa	B (ad)	$K_v 10^9$ Pa	γ_e (ad)	$S_r 10^{-11}$ Pa^{-1}	$\gamma_B 10^{-5}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
	0.16 3	1.0	24.2	16.4	0.31	0.47	11.6	0.21	39.67	0.133	8.916	5.0
FLUIDO	T_0 $^{\circ}\text{C}$	p_0 bar	ρ_f kg/m^3	h_f kJ/kg	$\mu_f 10^{-6}$ $\text{Pa}\cdot\text{s}$	K_T $\text{W}/\text{m}/\text{K}$	$C_f 10^{-12}$ Pa^{-1}	c_p $\text{J}/\text{kg}/\text{K}$	$M_b 10^9$ Pa	$C_b 10^9$ Pa	Q_v m^3/s	$\gamma_\phi 10^{-4}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
	50	50	990.2	213.6	544.2	0.643	438	4169.6	11.9	5.59	± 0.05	1.7

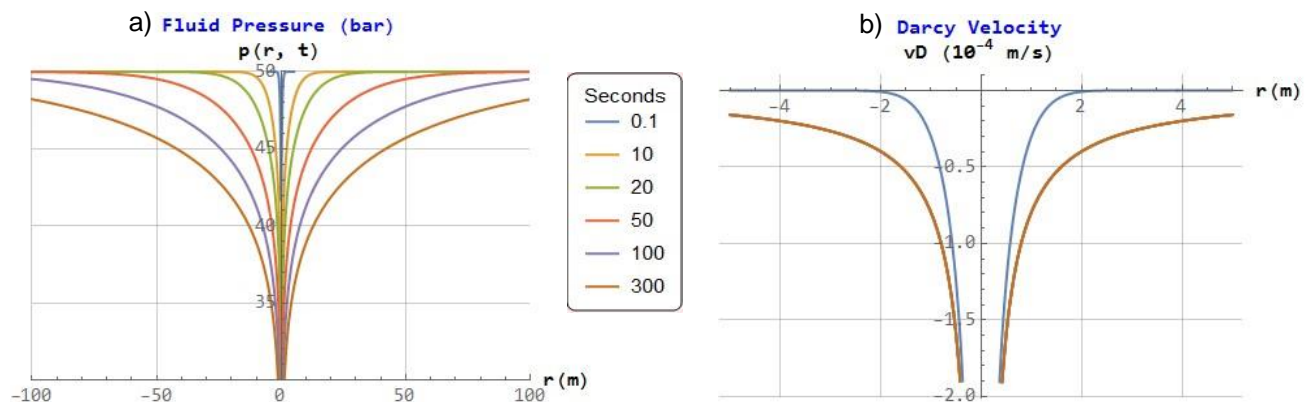


Figura 3. Presión del fluido en los poros (a) y distribución espacial de la velocidad radial de Darcy (b) en la vecindad inmediata del pozo, durante un tiempo de extracción entre 0.1 y 300 segundos.

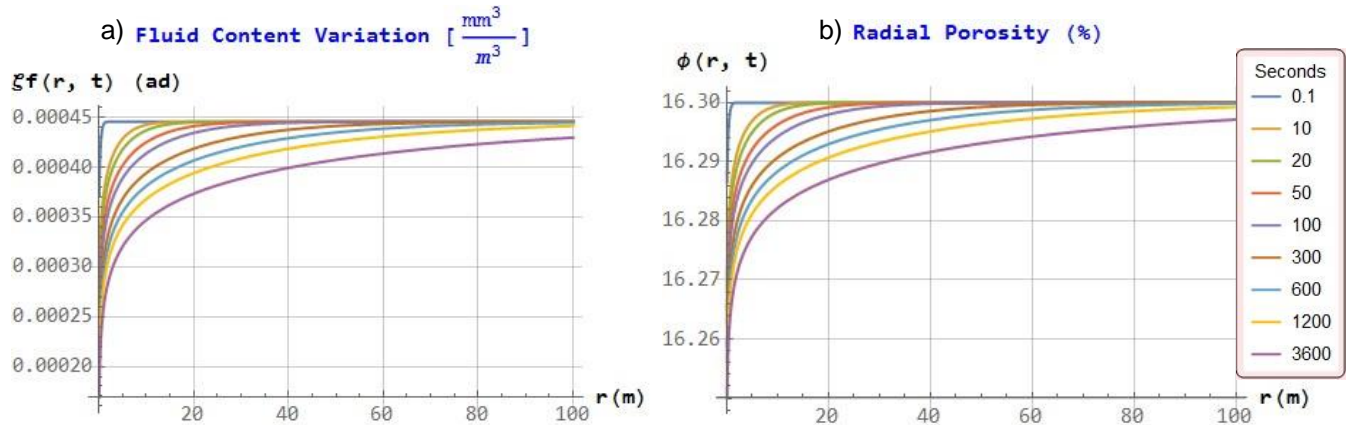


Figura 4. Remoción del fluido contenido (a) y reducción de porosidad (b). Simulación entre 0.1 y 3600 segundos para observar las rápidas variaciones (reducciones) iniciales poroelásticas producidas por la extracción.

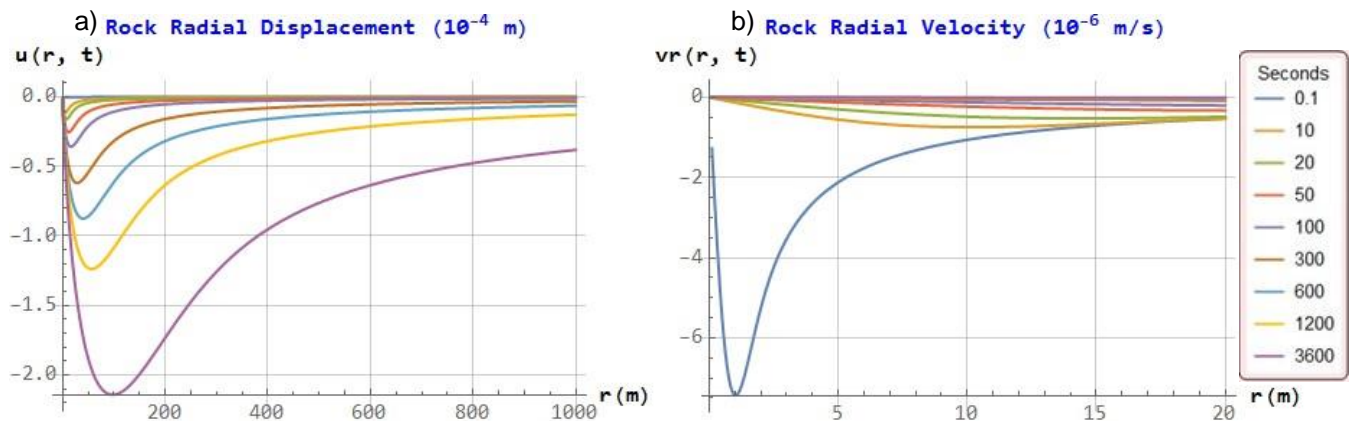


Figura 5. Desplazamiento radial del esqueleto sólido (a) y velocidad de la roca (b) entre 0.1 y 3600 segundos. Ambos valores son negativos porque el desplazamiento ocurre en la dirección negativa radial -r.

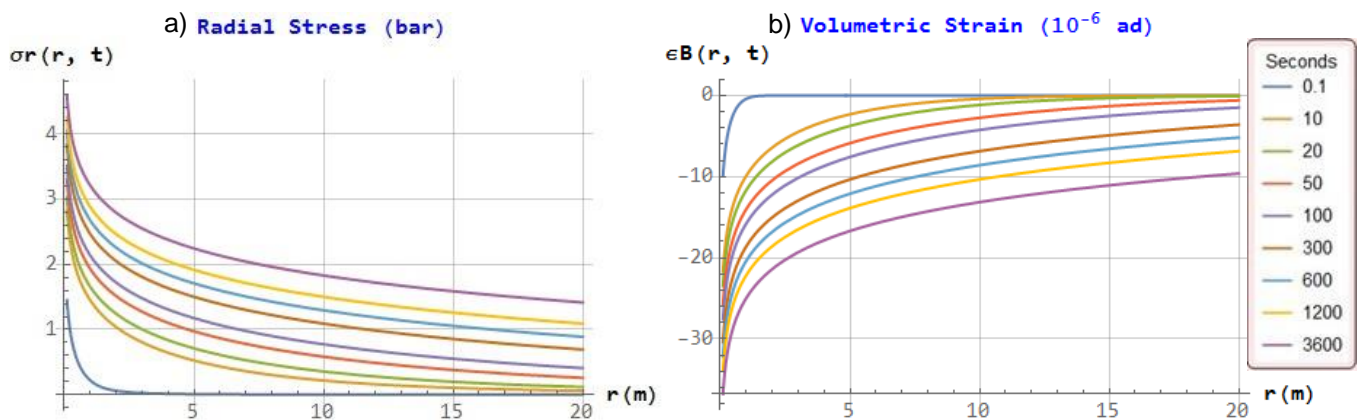


Figura 6. Esfuerzo radial (a) y deformación volumétrica poroelástica (b) entre 0.1 y 3600 segundos. Los valores de σ_r corresponden solo a la tensión extra (>0) generada por la extracción de fluido; la presión confinante es de alrededor de 300 bar. La deformación $\epsilon_B < 0$ porque el desplazamiento es negativo para r y ϑ .

RESULTADOS GRÁFICOS DEL MODELO RADIAL CON INYECCIÓN NO ISOTÉRMICA

Suponiendo una diferencia de temperaturas constante de $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, entre el reservorio y el fluido durante la inyección, es necesario agregar el efecto de la compresión térmica. Una vez calculadas las deformaciones con la ecuación (7), la porosidad y los esfuerzos se computan usando las ecuaciones (8, 9) que incluyen el efecto del cambio tanto de la presión como de la temperatura en el reservorio. Los valores de los parámetros poroelásticos usados se encuentran en la Tabla 1.

Los siguientes resultados gráficos fueron obtenidos para un gasto de inyección volumétrica igual al valor positivo $Q_v = + 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$:

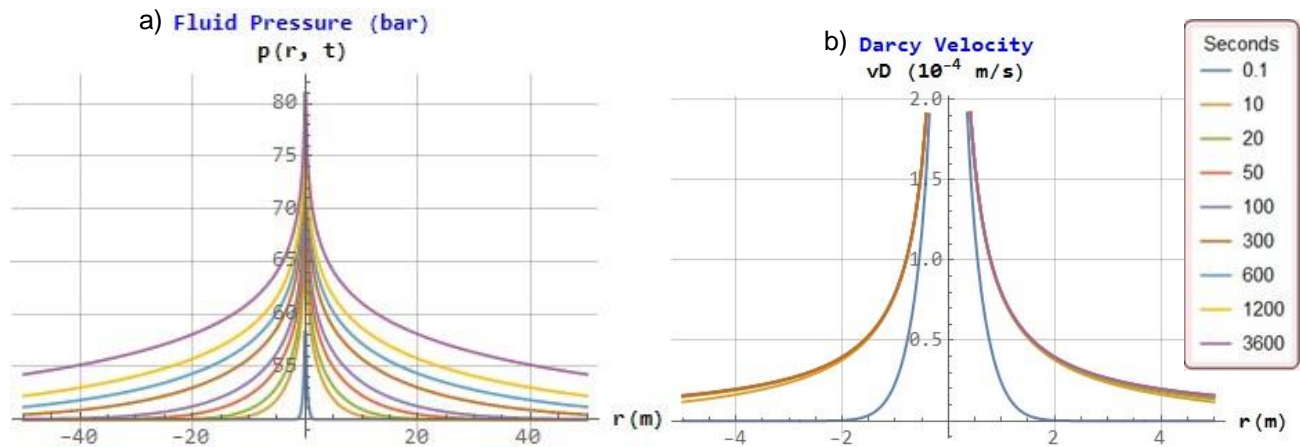


Figura 7. Presión del fluido (a) y distribución espacial de la velocidad radial de Darcy (b) en la vecindad inmediata del pozo, durante un tiempo de inyección entre 0.1 segundos y una hora (3600 segundos).

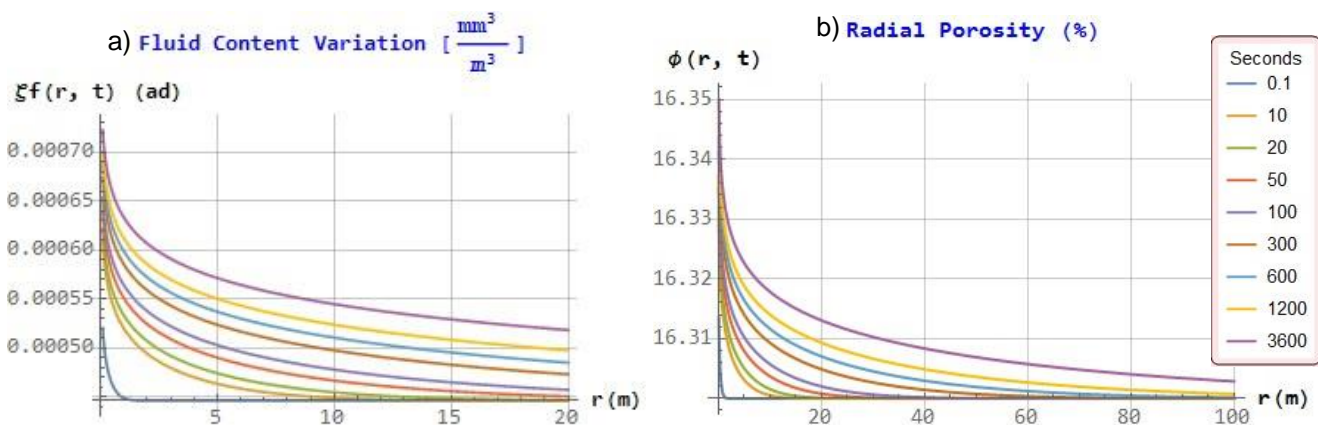


Figura 8. Incremento del fluido contenido (a) y aumento de porosidad (b). Simulación entre 0.1 y 3600 segundos para observar las rápidas variaciones (incrementos) iniciales poroelásticos producidos por la inyección.

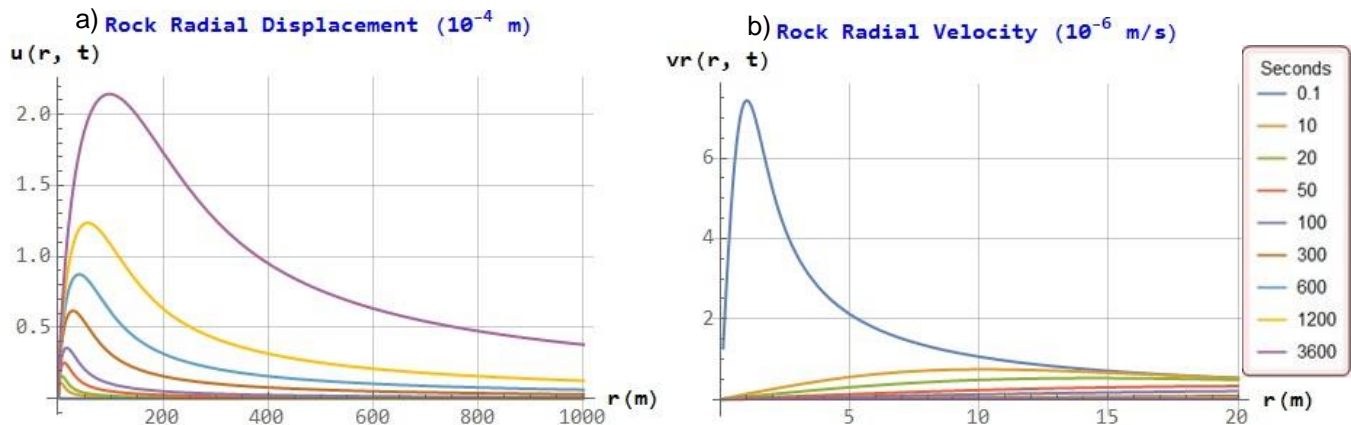


Figura 9. Desplazamiento radial del sólido (a) y velocidad de la roca (b) entre 0.1 y 3600 segundos. Ambos valores son positivos porque el desplazamiento ocurre en la dirección positiva radial $r > 0$ (Figura 1).

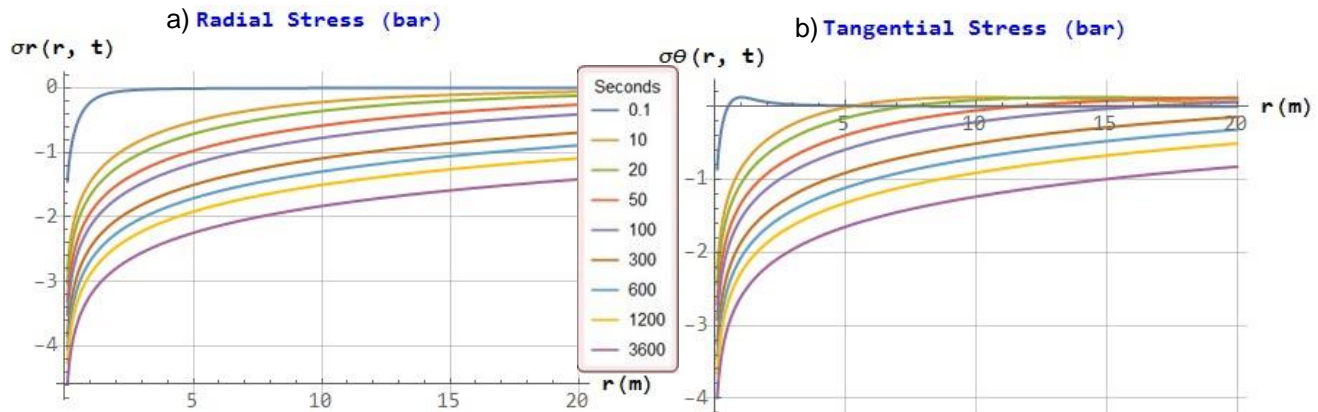


Figura 10. Esfuerzos radial (a) y tangencial (b) en la roca entre 0.1 y 3600 segundos. Los valores de σ_r y σ_θ solo representan la compresión extra (< 0) generada por la inyección; la presión confinante es de 300 bar. Ambas σ_r y σ_θ son negativas porque corresponden a compresiones actuando sobre la roca porosa.

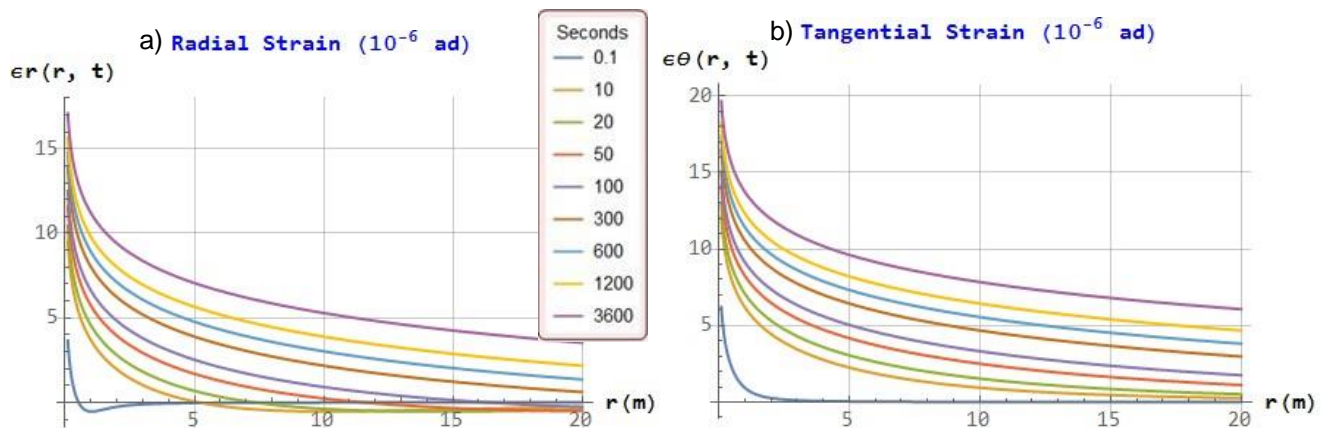


Figura 11. Deformaciones radial (a) y tangencial (b) en la roca entre 0.1 y 3600 segundos. Los valores de ϵ_r y ϵ_θ son positivos porque el desplazamiento ocurre en la dirección positiva radial $r > 0$.

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS GRÁFICOS DEL MODELO RADIAL

Los resultados obtenidos con este sencillo modelo radial muestran y confirman varios hechos experimentales muy interesantes. En primer lugar, tanto la extracción como la inyección de líquido en el pozo (Figuras 3 y 7) produce deformaciones poroelásticas (Figs. 5a, 6b, 9a y 11a, b). Aunque sean de pequeña magnitud, las tensiones y desplazamientos en el sólido son detectados numéricamente en tiempos muy tempranos, del orden de segundos (Figs. 5a, 6b, 9a, 10 y 11). Esto ocurre porque el líquido fluye a través de la roca porosa cuyo esqueleto sólido puede deformarse elásticamente en forma instantánea. La extracción o inyección de fluido en el yacimiento provoca reducción o incremento de la presión interna de los poros (Figs. 3a y 7a), lo cual afecta tanto a la variación del líquido contenido como a la porosidad efectiva (Figs. 4 y 8). La magnitud del cambio es proporcional a la tasa del flujo volumétrico (ecuaciones 1, 2, 4, 5 y 6). Una onda de amplitud no despreciable aparece en la roca sólida inmediatamente después de que la extracción o inyección del fluido comienza (Figs. 5b y 9b), pero rápidamente se atenúa durante los siguientes tiempos de simulación. Por lo tanto, la presencia del fluido en movimiento en la roca porosa, modifica instantáneamente su respuesta poromecánica.

La tensión interna producida por la extracción de líquido (Fig. 6a), induce una disminución de la presión del fluido y del contenido de líquido en los poros (Figs. 3a y 4a). La correspondiente reducción de la porosidad efectiva (Fig. 4b) puede ser la fuente principal de producción del líquido almacenado. Cuando la roca poroelástica es sometida a compresión interna por inyección (Figs. 7, 10 y 11b), la deformación resultante de la matriz conduce a un aumento del volumen de los poros que contienen al líquido (Figs. 8a, b y 11). Este incremento del volumen de poro debe estar acotado por límites físicos poroelásticos, definiendo una zona de transición antes de que la roca entre en la región no lineal poroplástica, donde puede fallar o ser fracturada. Un criterio práctico de fractura está dado por la siguiente fórmula empírica (Suárez y Samaniego, 2017):

$$P_{frac}(t) \approx \sigma_{\theta} + p_l(t) \quad (14)$$

Donde P_{frac} es la presión mínima para que ocurra la fractura, σ_{θ} es la tensión tangencial previamente definida (ecuación 9 y Fig. 10b) y p_l es la presión extra producida por la inyección de fluido. Esta presión de rompimiento depende de varios factores, pero específicamente depende del gasto de inyección.

CONCLUSIONES

Suponiendo válidas las hipótesis de la solución clásica de Theis para la presión transitoria en un reservorio radial, se construyó un modelo analítico termoporoelástico parcialmente acoplado. El acoplamiento es sólo parcial porque las ecuaciones diferenciales de las temperaturas del sólido y del fluido se resuelven independientemente de las tensiones y deformaciones en la roca porosa. Además, la variación del fluido contenido sólo depende de la presión del fluido, debido a que el desplazamiento del sólido es irrotacional. El modelo presentado incluye flujo de fluido, deformación de la roca y distribución de temperaturas. El número total de incógnitas del modelo radial es trece para el mismo número de ecuaciones, que se resuelven simultáneamente.

Los resultados obtenidos muestran y confirman varios hechos interesantes experimentales:

- El transporte de fluido en el reservorio modifica su respuesta mecánica. La extracción o inyección en el pozo produce deformaciones poroelásticas. Aunque sean de pequeña magnitud, las tensiones, desplazamientos y deformaciones en el sólido son detectadas muy pronto, en el orden de segundos, debido a que el líquido fluye a través de una roca porosa

cuyo esqueleto sólido puede deformarse instantáneamente según la elasticidad lineal.

- La extracción o inyección en el yacimiento provoca la reducción o incremento de la presión de poro afectando la variación del contenido de líquido y la porosidad efectiva en proporción directa a la tasa de gasto volumétrico.
- Una onda de amplitud no despreciable aparece en la vecindad del pozo inmediatamente después de que la extracción o inyección de fluido comienza. Estas ondas se atenúan rápidamente también en tiempos tempranos de extracción/inyección.
- La tensión interna producida por la extracción de líquido induce una disminución de la presión de poro y del contenido líquido en los poros. Hay también una reducción correspondiente de porosidad que puede ser la fuente principal de producción del líquido almacenado.
- La compresión interna producida por la inyección de fluido provoca una deformación del esqueleto, que conduce a un aumento volumétrico de los poros que contienen el líquido. Este incremento de porosidad está delimitado por límites físicos poroelásticos, definiendo una zona de transición antes de la región poroplástica, donde la roca puede fracturarse.
- Este modelo es útil para explorar el inicio de procesos de fracturamiento hidráulico. Datos experimentales no publicados muestran que durante la estimulación en un reservorio de baja permeabilidad, por inyección de agua a alta presión en el intervalo de interés, se creó una fractura vertical con apertura de 2.7 cm después de 300 segundos de inyección continua con 0.04 m³/s. El valor máximo de la presión de inyección fue de 282 bar, que correspondió a la presión de ruptura. Después de este pico, la presión se estabilizó en 160 bars durante las siguientes 10 horas de reinyección continua. La presión de ruptura a una profundidad determinada se puede estimar con este modelo si se conoce el desplazamiento radial máximo poroelástico que puede soportar la roca.

REFERENCIAS

- Abramowitz, M., and Stegun, I.A. (eds.), 1972. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. National Bureau of Standards, *Applied Mathematics Series* 55, issued June 1964, tenth printing, December 1972, with corrections, <http://www.math.sfu.ca/~cbm/aands/> (accessed August 2009).
- Biot, M.A., 1941. General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Physics* 12, pp. 155-164.
- Biot, M.A., and Willis, D., 1957. The elastic coefficients of the theory of consolidation. *J. Appl. Mech.* 24, pp. 594-601.
- Bundschuh, J., and Suárez-Arriaga, M.C., 2010. *Introduction to the Numerical Modeling of Groundwater and Geothermal Systems – Fundamentals of mass, energy and solute transport in poroelastic rocks*. Vol. 2, Multiphysics Modeling Series, CRC Press - Taylor & Francis Group.
- Cheng, A.H.D., 2016. Poroelasticity, *Theory and Applications of Transport in Porous Media Series* Vol. 27, Hassanizadeh, S.M. (ed.), Founding series editor: Jacob Bear, Springer Int. Pub.
- Coussy, O., 2004. *Poromechanics*. John Wiley & Sons, New York, NY.

- Suárez-Arriaga, M.C., 2016. Local Thermal Non-Equilibrium Interfacial Interactions in Heterogeneous Reservoirs - Divergence of Numerical Methods to Simulate the Fluid and Heat Flow, *Proceedings 41st Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford University, Stanford, CA.
- Suárez-Arriaga, M.C., and Samaniego, F., 2017. An UnCoupled Radial Flow Poroelastic Model with Local Thermal (Non) Equilibrium, *Proceedings 42th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering*, Stanford, CA.
- Vafai, K. (ed.), 2015. *Handbook of Porous Media*, CRC Press - Taylor & Francis Group.
- Wang, H.F., 2000. *Theory of linear poroelasticity—with applications to geomechanics and hydrogeology*. Princeton University Press, New Jersey, NJ.