

## **Deformación de domos salinos profundos con invasión de salmuera geotérmica en un reservorio de hidrocarburos**

**Ana Yunnuen Ávila Villegas<sup>1</sup>, Mario César Suárez Arriaga<sup>1</sup> y Fernando Samaniego Verduzo<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Mich. <sup>2</sup>Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de México.

Correos: [okiwuanenis@gmail.com](mailto:okiwuanenis@gmail.com), [mcsa50@gmail.com](mailto:mcsa50@gmail.com)

### **Resumen**

Este trabajo presenta una investigación particular de los poco conocidos domos salinos y los aspectos generales del problema de invasión de salmuera geotérmica en un yacimiento de hidrocarburos en el Golfo de México. Para identificar los procesos de invasión de salmuera se elaboró un modelo matemático tridimensional cuyo planteamiento descansa en la aplicación de la ecuación de continuidad, la ley de Darcy y los conceptos básicos de ingeniería de yacimientos. Además se planteó la solución del modelo estacionario unidimensional como un posible perfil de la zona de contacto salmuera-aceite en un pozo petrolero en el campo Puerto Ceiba dentro del Activo Integral Bellota-Jujo. Haciendo uso de los datos de campo disponibles y un grupo de posibles variaciones para los datos de campo desconocidos, se encontraron probables perfiles del plano de contacto salmuera-aceite. De acuerdo a los resultados numéricos encontrados se puede concluir que la invasión de salmuera en el yacimiento es inevitable. Por su parte, la deformación de los domos salinos resulta ser pequeña pero no despreciable. El modelo matemático que analiza la deformación del domo salino muestra su influencia en la depresión del reservorio que repercute en la producción. Se espera que con el paso del tiempo esta masa salina pierda gran parte de su volumen o desaparezca en su totalidad. Los resultados numéricos obtenidos indican que este proceso es lento. La probabilidad de que el recurso natural se agote antes de que los domos representen un problema en la extracción de hidrocarburos es sumamente alta.

*Palabras clave:* Domos salinos, modelado matemático, modelo estacionario, salmuera geotérmica.

## **Deformation of deep salt domes with invasion of geothermal brine at an oil reservoir**

### **Abstract**

This paper presents an investigation on salt domes and the general aspects of the problem of invasion of geothermal brine into an oil reservoir at the Gulf of Mexico. To identify the processes of invasion of brine a three-dimensional mathematical model was developed based on the continuity equation, the Darcy's law and basic concepts of reservoir engineering. In addition the solution of a one-dimensional steady state model is presented, which represents a possible profile of the brine-oil contact area in an oil well in the Puerto Ceiba oil-field located in the active Bellota-Jujo system. Using available field data and a set of possible variations for the unknown field data, different profiles were found for the probable brine-oil surface contact. According to the obtained numerical results, it can be concluded that the invasion of brine in the reservoir is inevitable. On the other hand, the deformation of the salt dome is small but not negligible. The mathematical model analyzing the geomechanical deformation of the salt dome shows its influence in the reservoir draw-down that has an impact on the oil extraction. It is expected that in the near future this dome will lose much of its volume or even disappear. The numerical results indicate that this process is slow. The probability that the oil is exhausted before the domes present a technical problem in the hydrocarbons extraction is extremely high.

**Keywords:** Salt domes, mathematical model, steady state model, geothermal brine.

## Introducción

Existe un problema cada vez mayor en los yacimientos petroleros mundiales: la invasión de salmuera a la que se encuentran sujetos y la influencia que los llamados “domos salinos” pueden tener en este proceso de filtración. Las evaporitas o rocas salinas representan algunas de las formaciones más complejas y visualmente impresionantes sobre la superficie de la tierra. Los diapiros salinos, formados por masas de evaporitas [principalmente Halita ( $\text{NaCl}$ ), Anhidrita ( $\text{CaSO}_4$ ) y yeso ( $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ )] son estructuras geológicas intrusivas que ascienden por las capas sedimentarias de la corteza terrestre, atravesándolas y deformándolas a través de un proceso medible en millones de años, que se conoce como diapirismo. Se denominan domos salinos a las masas de sales que deforman los sedimentos sobreyacentes, pero no llegan a intruirlas.

Se desarrolla un estudio sobre la deformación de los domos salinos presentes en el Activo Integral Bellota-Jujo, particularmente en el campo Puerto Ceiba (su localización puede verse en la Figura 1; todas las figuras se presentan al final del texto), para iniciar una cuantificación de la posible influencia que este tipo de estructuras tienen en la producción de hidrocarburos en el Golfo de México, sin dejar de lado el análisis de la filtración de salmuera previamente mencionado.

Si bien el agua está presente en todas las etapas de vida de un yacimiento petrolero, existen algunas en las que su extracción excede sobremedida la del petróleo. Conocer el plano de contacto agua-aceite y los procesos de invasión permite tener una idea de lo que ocurre a kilómetros de profundidad, en las zonas de producción sobre las cuales no hay control alguno. Hacer modelaciones que aporten datos numéricos o un perfil de la zona de invasión permite generar herramientas para tomar decisiones importantes en el manejo de los yacimientos y con ello lograr conseguir recuperaciones más eficientes.

El desarrollo del trabajo de investigación se divide en varias secciones. Inicialmente se presentan los datos a los que se tuvo acceso por parte de Petróleos Mexicanos sobre el comportamiento de la invasión de salmuera, posteriormente los modelos estructurados para el estudio de la deformación del domo y de la invasión de salmuera, para finalmente presentar las conclusiones principales.

## Datos

Los trabajos publicados sobre los domos y diapiros de la denominada Cuenca Salina (región del sureste mexicano donde la presencia de cuerpos salinos es prominente) son escasos y muy específicos, que tratan las características estructurales y génesis de los domos de manera general, y de manera particular aspectos petroleros como contenido y tipo de hidrocarburos cercanos a este tipo de estructuras. Tomando en consideración trabajos geológicos previos sobre el Golfo de México, se interpreta brevemente el posible origen de los domos, diapiros y fallas que a la fecha son de interés económico, petrolero, minero y geohidrológico. Se señala además que la exploración y explotación de los recursos del subsuelo, sobre todo de hidrocarburos y azufre, en los domos de sal y su entorno, han afectado negativamente al medio ambiente, sobre todo en las últimas cuatro décadas (Arellano-Gil *et al.*, 2004).

A lo largo de la historia de producción en el campo Puerto Ceiba se han presentado problemas técnicos en la explotación de los hidrocarburos, sea por accidentes mecánicos o por encontrar columnas no programadas (principalmente de sal) en su perforación. Con los índices de alta producción, presiones

de fondo y superficie y las altas temperaturas en algunos de los pozos, se ha optado por cambiar la explotación y desarrollo de producción en varias ocasiones, además de realizar modificaciones en el diseño original de las instalaciones del campo.

Como se puede observar en las tablas 1 y 2, un problema técnico muy frecuente en el campo Puerto Ceiba es la invasión de salmuera en los yacimientos. Puerto Ceiba tuvo una variación de -25% en 2009/2008 y de -22.8% en la producción de aceites en 2010/2009 de acuerdo a datos de la paraestatal. Se cree que el campo comenzó su etapa de declinación en 2006 debido a la baja producción de hidrocarburos que ha sido constante desde entonces (PEMEX, 2012).

<b>Fecha</b>	<b>Aceite (MBBL)</b>	<b>Agua (MBBL)</b>
01/06/2003	20.304088	0
01/11/2003	139.952277	0
01/12/2003	236.421854	0
01/01/2004	238.795070	0
01/06/2004	217.091955	0
01/07/2004	205.669793	40.47347
01/01/2005	91.759854	38.83690
31/01/2006	57.098716	44.26100
31/01/2007	36.145317	34.11834
31/01/2008	54.544076	43.21635
31/01/2009	35.474907	48.52989
28/02/2009	32.052821	43.84563
31/03/2009	35.436733	48.49158

*Tabla 1. Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 103D.*

<b>Fecha</b>	<b>Aceite (MBBL)</b>	<b>Agua (MBBL)</b>
01/03/1998	46.206267	0
01/01/1999	250.861151	0
01/01/2000	218.149433	0
01/01/2001	342.791875	0
01/01/2002	318.764113	0
01/01/2003	343.766823	0
01/01/2004	395.890081	0
01/01/2005	198.851664	21.09831
31/01/2005	198.852027	21.09001
31/01/2006	53.061433	95.92331
31/01/2007	26.811087	97.62648
31/01/2008	29.131020	138.09031
31/01/2009	11.613257	78.48312
28/02/2009	10.566864	70.96412
31/03/2009	13.869009	66.28894

*Tabla 2. Producción de aceite y salmuera en el pozo Puerto Ceiba 113B.*

Además la presión de fondo (Tabla 3) que en promedio presentan los yacimientos del campo ha disminuido con el paso del tiempo y con eso la recuperación primaria en el conjunto petrolero se complica (PEMEX, 2012).

<i>Año</i>	<i>P promedio (Psi)</i>	<i>P promedio (MPa)</i>
1998	16641.9012	114.7419
1999	16471.2064	113.5650
2000	15006.1515	103.4638
2001	16357.4243	112.7805
2002	15865.5144	109.3889
2003	15578.6588	107.4111
2004	14343.1697	98.8927
2005	13321.5096	91.8486
2006	12908.1377	88.9985
2007	12396.7728	85.4729
2008	9896.9520	68.2371

*Tabla 3. Datos de Campo Puerto Ceiba, presión de fondo promedio.*

## Procesamiento

El problema general de invasión de salmuera en el yacimiento está gobernado por la EDP 1

$$\phi \frac{\partial S_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{F} \cdot \nabla S_1) + \mathbf{G} \cdot \nabla S_1 = 0 \quad (1)$$

siempre y cuando se suponga que 1 es la fase salmuera, de tal manera que la ecuación y todos sus términos dependen de la saturación de dicha fase. La deducción de la ecuación y la solución a este problema fue realizada por Suárez y Samaniego (2006). En dicha investigación se modeló la EDP por medio de la técnica numérica de elementos finitos, empleando el software comercial Comsol Multiphysics®. Las simulaciones numéricas se realizaron en 2D, empleando datos numéricos presentes en el campo Puerto Ceiba y el pozo petrolero PC-115. Se consideró que el pozo está localizado en el centro de la región de producción, con fronteras laterales a presión constante y flujo nulo. Los cambios se limitaron a la dirección vertical con un área de interés representada por una geometría rectangular simple de malla no estructurada de 6000 m por 800 m de dimensión, con 552 elementos triangulares y 2640 grados de libertad. La interpretación se elaboró con polinomios de Lagrange cuadráticos.

La zona de simulación se sujetó a varias tasas de producción en el intervalo de 3000-8000 barriles por día antes de que se observara invasión de salmuera. Después de varias simulaciones, se concluyó que la tasa volumétrica para la cual la invasión de salmuera fue masiva es de 7057 barriles por día. La Figura 2 muestra la evolución de la saturación de petróleo en un punto ilustrativo (150, 5550) después de 52 días de producción. Las figuras 3 a la 6 son superficies bidimensionales del área simulada, mostrando la distribución de las saturaciones de ambas fases en toda la región a diferentes tiempos de formarse la zona de transición. Para el rango crítico de producción de aceite de 7057 barriles, ocurre una depresión abrupta del 80% en un lapso de seis días, después de 52 días de producción continua.

El modelo general en 3D se simplifica en 1D, suponiendo  $\rho_i, \mu_i$  constantes. El medio poroso es de geometría cilíndrica inclinado  $\theta$  rad con  $OZ$ . Sean los fluidos  $i = 1, 2$  (1 la fase mojante), que son inyectados en un extremo del cilindro con velocidades de filtración  $v_{01}, v_{02}$  constantes y conocidas. El punto de filtración se establece en  $z = 0$ . La ecuación diferencial parcial a resolver es

$$\frac{\varphi}{v} \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) + \frac{\partial G_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Donde  $\varphi$ ,  $v$  son constantes,  $F_1 = F_1(S_1)$ ,  $G_1 = G_1(S_1)$  y  $S_1 = S_1(z, t)$ ,  $S_2(z, t) = 1 - S_1(z, t)$ ; todos los términos son dependientes de la saturación del aceite. Para la deducción de los cálculos de la fase no mojanter (salmuera), se tiene que

$$\frac{\partial P_1}{\partial z} = \rho_1 g_c - \frac{\mu_1}{K k_{r1}} (1 - f_2) v \quad \text{y} \quad \frac{\partial P_2}{\partial z} = \rho_2 g_c - \frac{\mu_2}{K k_{r2}} f_2 v$$

De esa forma:

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} (P_2 - P_1) = \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial z} \quad (3)$$

Con la misma hipótesis  $P_c(S_1) = P_c(1 - S_2)$ . Como la suma de las saturaciones es siempre la unidad

$$\frac{\partial S_1}{\partial S_2} = -1 = \frac{\partial S_2}{\partial S_1}, \text{ así}$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial S_2} \frac{\partial S_2}{\partial z} = - \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_2}{\partial z} = \frac{\partial P_c}{\partial S_2} \frac{\partial S_2}{\partial z} \quad (4)$$

De esa forma

$$\frac{\partial P_c}{\partial z} = (\rho_2 - \rho_1) g_c - \frac{\mu_2}{K k_{r2}} f_2 v + \frac{\mu_1}{K k_{r1}} v - \frac{\mu_1}{K k_{r1}} f_2 v = (\rho_2 - \rho_1) g_c - \left( \frac{\mu_2}{k_{r2}} + \frac{\mu_1}{k_{r1}} \right) \frac{v}{K} f_2 + \frac{\mu_1}{k_{r1}} \frac{v}{K}.$$

Para facilitar cálculos posteriores se establecen las siguientes funciones auxiliares:

$$\eta_1(S_1) = \frac{\mu_1}{K k_{r1}}$$

$$\eta(S_1) = \left( \frac{\mu_1}{k_{r1}} + \frac{\mu_2}{k_{r2}} \right) \frac{1}{K}$$

$\eta = \eta_1 + \eta_2$  es el inverso de la movilidad. Así:  $\frac{\partial P_c}{\partial z} = (\rho_2 - \rho_1) g_c + \eta_1 v - \eta v f_2$ . Para despejar  $f_2$  se tiene que

$$\eta v f_2 = (\rho_2 - \rho_1) g_c + \eta_1 v - \frac{\partial P_c}{\partial z} \quad (5)$$

Y entonces:

$$f_2 = -\frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial z} + \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\eta v} g_c + \frac{\eta_l}{\eta} \quad (6)$$

Es decir:

$$f_2 = \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\eta v} g_c + \frac{\eta_l}{\eta} \quad (7)$$

Para facilitar cálculos posteriores se emplean los coeficientes funcionales siguientes:

$$F_2(S_1) = \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} \quad (8)$$

$$G_2(S_1) = \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{\eta v} g_c + \frac{\eta_l}{\eta}$$

De esa forma, la velocidad de la fase no mojante es

$$\frac{v_2}{v} = f_2 = F_2(S_1) \frac{\partial S_2}{\partial z} + G_2(S_1) \quad (9)$$

$F_2(S_1)$  y  $G_2(S_1)$  siguen estando en función de la saturación de la fase mojante debido a que  $\partial P_c$ ,  $k_{r1}$  y  $k_{r2}$  lo están. Sin embargo, si el cálculo fuera necesario, cada factor puede estar en función de la saturación de la fase no mojante, pues  $S_1 = 1 - S_2$ . Sumando ambas continuidades:

$$\frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v_2}{\partial z} + \rho \left( \frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial S_2}{\partial t} \right) = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial v_2}{\partial z} + \phi \frac{\partial S_2}{\partial t} = 0 = v \frac{\partial f_2}{\partial z} + \phi \frac{\partial S_2}{\partial t} \quad (11)$$

Finalmente, la ecuación a resolver para el modelo transiente de la fase salmuera queda establecido en la siguiente ecuación (12):

$$\frac{\phi}{v} \frac{\partial S_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \right) + \frac{\partial G_2}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

La ecuación 1 es totalmente análoga a la ecuación 12 excepto por el cálculo y definición de los coeficientes funcionales  $F_2(S_1)$  y  $G_2(S_1)$ . Nótese también que  $F_1(S_1) = F_2(S_1)$ , pero  $G_2(S_1) \neq G_1(S_1)$ , como se puede observar en las siguientes ecuaciones:

$$F_2(S_1) = \frac{1}{\eta v} \frac{\partial P_c}{\partial S_1} = F_1(S_1) \quad (13)$$

$$G_1(S_1) = \frac{(\rho_2 - \rho_1) g_c}{\eta v} + \frac{\eta_2}{\eta} \quad (14)$$

$$G_2(S_1) = \frac{(\rho_2 - \rho_1) g_c}{\eta v} + \frac{\eta_1}{\eta} \quad (15)$$

Se puede observar que tanto las movilidades de cada fase como el inverso de la movilidad están en función de la saturación de la fase mojante (aceite).

La solución encontrada para la ecuación 1 sólo puede ser numérica debido a la no linealidad de los coeficientes. Sin embargo es posible encontrar una solución estacionaria que sea analítica en forma de una integral compleja. La ventaja de una o más soluciones estacionarias es que pueden proporcionar detalles simplificados pero interesantes acerca del comportamiento de la saturación y de la solución transiente. Puede ocurrir también que la solución transiente tienda hacia una solución estacionaria bajo ciertas condiciones. Bajo una serie de cálculos algebraicos (Ávila, 2013) se llega a que los diferentes perfiles se obtienen por medio de la solución de la siguiente integral compleja

$$z(S_1) = z_0 + \int_{S_1}^{\frac{v}{\phi} F(S_1) dS_1}{C_1 - \frac{v}{\phi} G_1 + \omega_1 S_1} \quad (16)$$

La constante  $C_1$  se calcula considerando que  $f_1 = \frac{v_1}{v}$  y  $f_1 = F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + G_1$  respectivamente. De estas ecuaciones llegamos a que:

$$v_1 = v F_1 \frac{\partial S_1}{\partial z} + v G_1 \quad (17)$$

$$C_1 = \frac{v_1}{\phi} - \omega_1 S_1 \quad (18)$$

Como  $C_1$  es constante, su valor debe ser calculado en algún  $z$  fijo, por ejemplo en  $z_0$ , para tomar la forma siguiente:

$$C_1 = \frac{v_1(z_0)}{\phi} - \omega_1 S_1(z_0) \quad (19)$$

La constante de integración  $C_1$  tiene un significado físico importante e interesante, escrita de la siguiente forma:

$$\phi C_1 = v_1 - \omega_1 \phi S_1 \quad (20)$$

Esto significa que  $\varphi C_1$  es el flujo de la fase mojanate del fluido  $S_1$  que pasa por unidad de tiempo a través de una superficie perpendicular  $(v_1 = \vec{v}_1 \cdot \vec{n})$  a la direcci3n del flujo, el cual se mueve a la velocidad  $\omega_1$  (velocidad del perfil de  $S_1$ ). Hay que recordar que en esta soluci3n estacionaria  $S_1(z, t)$  forma un perfil fijo  $S_1 = S_1(x(z, t))$ ,  $x = z - \omega_1 t$  que se desplaza a velocidad constante  $\omega_1$ . La soluci3n estacionaria es particularmente dif3cil en la zona de transici3n entre la salmuera y el aceite. De hecho puede interpretarse como un posible perfil de la zona de transici3n, arriba de la cual s3lo hay aceite y debajo de la cual s3lo salmuera. Considerando un perfil fijo de  $S_2(z, t)$ , an3logamente se puede deducir que

$$-\frac{\varphi}{v} \omega_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{\partial G_2}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} \right) = 0 \quad (21)$$

Con ello se elimina el par3metro dependiente del tiempo, y se llega a que

$$z(S_2) = z_0 + \int_{S_{2,0}}^{S_2} \frac{F_2 dS_2}{\frac{\varphi}{v} (C_2 + \omega_2 S_2) - G_2}. \quad (22)$$

Nuevamente, para calcular la constante  $C_2$  se aprovecha el hecho de que  $v_2$  es igual a  $v f_2$ , que a su vez puede verse como

$$v F_2 \frac{\partial S_2}{\partial z} + v G_2 \quad (23)$$

De aqu3 tenemos que

$$C_2 = \frac{v_2}{\varphi} - \omega_2 S_2 \quad (24)$$

Que, calculada en un punto fijo, puede ser expresada como

$$C_2 = \frac{v_2(z_0)}{\varphi} - \omega_2 S_2(z_0) \quad (25)$$

con una interpretaci3n f3sica an3loga a la encontrada para  $C_1$ .

La informaci3n num3rica empleada para la soluci3n de los modelos unidimensionales estacionarios se encuentra en la Tabla 4. Los diferentes perfiles encontrados se pueden analizar en las figuras 7 a la 10.

Presi3n promedio	$P_a = 940 \text{ kg/cm}^2$
Presi3n de fondo	$P_{wf} = 700 \text{ kg/cm}^2$



Razón volumétrica	$q_0 = 11000 B_{ce}/D$
Densidad del aceite	$\rho_1 = 770 \text{ kg/m}^3$
Densidad del agua	$\rho_2 = 1145 \text{ kg/m}^3$
Diferencia de presión $\Delta p_w$	$p_a - p_{wf} = 240 \text{ kg/cm}^2$
Distancia vertical entre el pozo y la zona de contacto agua-aceite	$\Delta H = 375 \text{ m}$
Temperatura de la salmuera	$160^\circ\text{C}$
Presión de capilaridad	$P_c(S_2) = P_1 - P_2$
Saturaciones	$S_1 + S_2 = 1$

Tabla 4. Información numérica del pozo PC-115 del yacimiento Puerto Ceiba.

La parte más importante de la investigación está enfocada al cálculo de la deformación del domo salino. Para calcular la deformación elastoplástica del domo se utilizó la técnica de elementos finitos. De acuerdo a Xinpu *et al.* (2012), la deformación de un cuerpo sólido puede calcularse considerando la deformación total y la deformación correspondiente de cada fenómeno involucrado:

$$\varepsilon = \varepsilon^t + \varepsilon^p + \varepsilon^h + \varepsilon^{lits} \quad (26)$$

donde  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^t$ ,  $\varepsilon^p$ ,  $\varepsilon^h$ ,  $\varepsilon^{lits}$  son respectivamente: el tensor de deformación, el tensor de deformación elástica, el tensor de deformación plástica, el tensor de deformación térmica y el tensor de deformación de carga térmica inducido. El tensor de deformación de carga térmica inducido también se conoce como deslizamiento térmico transiente. El cálculo de estos tensores de deformación aparece en las ecuaciones 27 a 31, respectivamente.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u) \quad (27)$$

$$\varepsilon^h = \alpha(T - T_0)I \quad (28)$$

$$\varepsilon^p = \int_{t_0}^t \mathcal{E} dt \quad (29)$$

$$\varepsilon^t = \varepsilon - \varepsilon^p \quad (30)$$

$$\varepsilon^{lits} = \int_{t_0}^t \mathcal{E}^{lits} dt, \quad \mathcal{E}^{lits} = \frac{\beta}{f_c^o} \left[ (1 + \nu) \sigma^- - \nu tr(\sigma^-) I \right] \mathcal{E} \text{ y } \mathcal{E} > 0 \quad (31)$$

Donde  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica,  $\nu$  el radio de Poisson,  $\beta$  es una constante,  $f_c^o$  es la resistencia a la compresión uniaxial, “-” indica la parte del tensor de deformación compresiva,  $I$  es el tensor unitario de segundo orden. La relación elástica siguiente de esfuerzo-deformación entre el vector de esfuerzo  $\sigma$  y el vector de desplazamiento  $u$  para la deformación de esqueleto se asume como:

$$\sigma' = D : (\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^h - \varepsilon^{lits}) = D : \left[ \frac{1}{2}(\nabla u + \nabla^T u) - \alpha(T - T_0)I - \varepsilon^p - \varepsilon^{lits} \right] \quad (32)$$

Donde  $D$  es el tensor tangencial de rigidez de cuarto orden, que es esfuerzo-dependiente para un problema elástico no lineal,  $\varepsilon$  es el tensor de deformación y  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica. La relación entre el esfuerzo total  $\sigma$  y el esfuerzo de la fase sólida  $\sigma'$ , que se conoce también como tensión efectiva, es:

$$\sigma = D : \left[ \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla^T u) - \alpha (T - T_0) I - \varepsilon^p - \varepsilon^{liss} \right] - [p^s (1 - S_t) - S_t p^f] I \quad (33)$$

Para mostrar la forma vectorial de las ecuaciones poroelásticas, Suárez y Bundschuh (2010) proponen que el tensor  $\sigma_f$  se puede ver en siete dimensiones como una matriz de coeficientes para el fluido si suponemos  $C = b \cdot M$ :

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_f \end{pmatrix}_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C & -C & -C & 0 & 0 & 0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varsigma \end{pmatrix}_f \quad (34)$$

Con esta ecuación se puede construir el vector de esfuerzo total actuando en la roca porosa, que incluye dos componentes, uno para el esqueleto y otro para el fluido respectivamente:

$$\begin{aligned} \sigma_T &= \sigma_B + \sigma_f \leftrightarrow \bar{\sigma}_T = C_B \cdot \bar{\varepsilon}_T \leftrightarrow \bar{\varepsilon}_T = C_B^{-1} \cdot \bar{\sigma}_T \\ \bar{\sigma}_T &= (\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_f)^T; \\ \bar{\varepsilon}_T &= (\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{xy} \quad \varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{yz} \quad \varsigma)^T \end{aligned} \quad (35)$$

La ecuación anterior representa el esfuerzo total actuando en la roca a través de  $\sigma_B$ , más la fuerza de tensión  $\sigma_f$  actuando en los poros. La ecuación muestra la equivalencia entre dos ecuaciones vector-tensoriales acopladas preservando una forma similar a la ecuación clásica elástica. Los símbolos vectoriales son los transpuestos en siete dimensiones con seis componentes clásicos y elementos poroelásticos extra. El esfuerzo poroelástico total y la deformación total son representados por los vectores  $\bar{\sigma}_T$  y  $\bar{\varepsilon}_T$ , respectivamente. La matriz  $C_B$  para rocas isotérmicas e isotrópicas es un tensor en siete dimensiones obtenido por la adición de los coeficientes para la fase sólida y la fase del fluido:

$$C_B = \begin{pmatrix} \lambda u + 2G & \lambda u & \lambda u & 0 & 0 & 0 & -C \\ \lambda u & \lambda u + 2G & \lambda u & 0 & 0 & 0 & -C \\ \lambda u & \lambda u & \lambda u + 2G & 0 & 0 & 0 & -C \\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 \\ -C & -C & -C & 0 & 0 & 0 & M \end{pmatrix} \quad (36)$$

El determinante de la matriz es:

$$\det(C_B) = 32G^5 [-3C^2 + M(3\lambda u + 2G)] = 32G^5 M(3\lambda + 2G) \quad (37)$$

De esa forma los componentes de  $\frac{1}{\sigma_T}$  son:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_f \end{pmatrix} = C_B \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda u \varepsilon_B + 2G \varepsilon_x - C \zeta \\ \lambda u \varepsilon_B + 2G \varepsilon_y - C \zeta \\ \lambda u \varepsilon_B + 2G \varepsilon_z - C \zeta \\ 2G \varepsilon_{xy} \\ 2G \varepsilon_{xz} \\ 2G \varepsilon_{yz} \\ -C \varepsilon_B + M \zeta \end{pmatrix} \quad (38)$$

El modelo geo-mecánico tridimensional que se muestra en la Figura 11 se supone a 1000 metros de profundidad. La localización del yacimiento se establece a 5000 m de profundidad, como se observa en la Figura 12 (suponiendo que la profundidad total del yacimiento a la superficie es de 6 km). La localización y geometría del domo de sal se muestra en la Figura 13.

Al no contar con la medida exacta del domo presente en el campo Puerto Ceiba, en el modelo suponemos que su profundidad total es de 7000 m y tiene una base cuadrada de 8000 m por lado, respectivamente, que son datos que aparecen frecuentemente en la literatura referente a domos salinos. Para obtener el modelo simplificado que permita observar la deformación del domo, se emplearon cuatro tipos de capas, incluyendo la formación superior, la formación inferior, la formación que rodea al domo salino, además del domo salino propiamente dicho. Los parámetros empleados para el cálculo de la deformación del domo se pueden observar en la Tabla 5.

	$\rho$ /kg/m <sup>3</sup>	E/Pa	$\nu$
Formación superior y formaciones adyacentes (es decir, capas 1, 2 y 3)	2200	$1.9 \times 10^{10}$	0.35
Formación inferior (es decir, la capa inferior)	2200	$1.9 \times 10^{10}$	0.34
Yacimiento o reservorio	2200	$0.9 \times 10^{10}$	0.34
Formación de sal	2100	$1.5 \times 10^{10}$	0.30

Tabla 5. Valor de los parámetros de los materiales.

Este análisis emplea el criterio modificado de campo Drucker-Prager. Los valores de las propiedades de material empleados son las enlistadas previamente. Los valores de fuerza para los parámetros de sal utilizados son:  $d = 4 \text{ MPa}$ ,  $\beta = 44^\circ$ , que corresponden a los valores en el modelo Mohr-Coulomb de  $c = 1.25 \text{ MPa}$ ,  $\phi = 25^\circ$ . La ley de arrastre siguiente, presentada en la ecuación 39, fue la empleada para el cálculo de deformación:

$$\dot{\epsilon}^{cr} = A (\bar{\sigma}^{cr})^n t^m \quad (39)$$

Donde  $\dot{\epsilon}^{cr}$  representa la tasa de deformación equivalente;  $\bar{\sigma}^{cr}$  representa la tensión equivalente Von Mises;  $t$  es el tiempo total variable;  $A$ ,  $n$ ,  $m$  son tres parámetros del modelo que están dados por los valores  $A = 10^{-21.8}$ ,  $n = 2.667$ ,  $m = -0.2$ . Para la formación, la fuerza de cohesión y el ángulo friccional necesarias en el modelo Drucker-Prager se establecieron los valores siguientes:  $d = 1.56 \text{ MPa}$ ,  $\beta = 44^\circ$ , que en el modelo Mohr-Coulomb están como  $c = 0.5 \text{ MPa}$ ,  $\phi = 25^\circ$ . Para tener una carga computacional menor, los análisis acoplados para la deformación y el flujo poroso se llevaron a cabo sólo para la formación del reservorio y su región inferior. Las otras partes del modelo se asumieron no permeables. Debido a la producción de aceite, la presión de poro en el yacimiento baja de su valor original de 82 MPa a 70 MPa, que es un valor regular para la reducción normal de presión debido a la producción.

Las cargas aplicadas al modelo de campo incluyen la presión del agua de mar y la gravedad propia de las formaciones de sal, que están balanceadas con la geo-tensión inicial (Fig. 11). La presión de peso de lodo, entre otros parámetros, no fue utilizada en el modelo a escala. En las cuatro paredes laterales y en el fondo se restringe el movimiento a cero. La posición del yacimiento en el modelo se ve en la Figura 12, como ya se indicó.

La distribución del hundimiento causado por la producción de petróleo se muestra en la Figura 14. Se utiliza un corte múltiple para visualizar el desplazamiento/hundimiento vertical U3. Se observa que el máximo hundimiento que ocurre en la parte superior del reservorio es de 0.3477 m (Fig. 14). La distribución de la presión de poro correspondiente a la producción de aceite se muestra en la Figura 15. La reducción de la presión está limitada a la región del reservorio definida en la Figura 13. Los valores de la presión de poro se establecen como invariables para las regiones fuera del yacimiento, estableciendo una permeabilidad muy baja.

## Interpretación

Al variar cada parámetro de acuerdo con la Tabla 4, se pudo observar que el ángulo de inclinación del yacimiento no es un parámetro que afecte en forma significativa el resultado unidimensional del modelo estacionario propuesto. Los cambios en las gráficas obtenidas para saturaciones y velocidades de filtración constantes, al variar el ángulo de  $0^\circ$ , a  $45^\circ$ , a  $60^\circ$ , a  $90^\circ$ , a  $120^\circ$  y a  $150^\circ$ , se pueden considerar despreciables. Por esta razón se supuso que el pozo es horizontal y que presenta un ángulo constante de  $0^\circ$  (análogamente a la forma en que se consideró la forma del yacimiento para medir la deformación del domo).

Sin embargo, al modificar las velocidades de filtración para cada fase, los resultados gráficos obtenidos fueron notables. Se asumió que la saturación residual del aceite es del 5% y la de la salmuera del 3% y se mantuvo fijo este dato al variar las velocidades de filtración en un rango de velocidades de  $1.407 \times$

$10^{-3}$  cm/s a  $3.0744 \times 10^{-3}$  cm/s para la salmuera y de  $2.07 \times 10^{-4}$  cm/s y  $1.407 \times 10^{-3}$  cm/s para el aceite. A mayor velocidad de filtración en ambas fases se tiene un desplazamiento de la curva de saturación, a partir de la cual puede deducirse que se alcanza la zona de salmuera más rápidamente que al tener una velocidad de filtración menor. El aceite llega a la zona donde su saturación es la unidad a menor altura que al tener velocidades de filtración menores. La saturación de aceite en la parte superior de dicha zona se aproxima constantemente a 1, respaldando la hipótesis inicial de que en esta zona superior hay aceite únicamente.

Se llevaron a cabo todas las variaciones de saturación irreducible reales posibles para cada fase y con base en ello se pudo observar que la zona de contacto agua-aceite depende no sólo de la velocidad de filtración de la salmuera, sino de la saturación irreducible de la fase mojante, que como se mencionó antes en el campo Puerto Ceiba es el aceite. Si se supone constante la saturación de la fase no mojante y este además es un dato conocido, entonces con base en la saturación irreducible de la fase mojante se puede predecir la posible longitud en la que se encuentra el plano de contacto agua-aceite. Si el conocimiento de dicha zona es lo suficiente preciso, se podría estimar el momento en que es necesario detener el proceso de extracción en un yacimiento, para que se regule su presión natural y puedan recuperarse más recursos, con base en el perfil unidimensional y los resultados de investigaciones previas (centradas en los procesos de invasión de salmuera en el tiempo).

El domo salino, por su parte, independientemente de su magnitud y ubicación en el campo Puerto Ceiba, puede observarse que se deformará de manera natural, como una respuesta del medio para equilibrar al sistema geomecánico. El equilibrio natural se pierde por la depresión considerable del yacimiento causada por la extracción de hidrocarburos. Esta pérdida normal de presión es la que origina una deformación de la masa salina.

De tal manera, la deformación de los domos salinos bajo las condiciones geofísicas del Golfo de México no es despreciable. Los trabajos de investigación de cuerpos salinos masivos permiten concluir que la probabilidad de que el domo cercano al yacimiento presente una deformación alarmante antes de que se extraiga el petróleo de él, y este sea taponeado y abandonado, son prácticamente nulas. Si ocurre un proceso de extracción de hidrocarburos acelerado en el yacimiento, las condiciones cambian. Pero prontamente la presión natural del acuífero subyacente al yacimiento superará el valor de presión del mismo y con ello se aceleraría la invasión de salmuera y la respuesta natural del domo será distinta, causando con ello posibles efectos de deformación mayor. En ese caso los efectos de deformación pueden causar daños irreversibles en el yacimiento y el recurso se podría perder en su totalidad.

## Conclusiones

El trabajo de investigación se centró en analizar la forma en que se deforma un domo salino presente en un campo petrolero del Golfo de México, sin dejar de lado el aspecto técnico de la invasión y sobreproducción de salmuera geotérmica. La modelación se centró en aportar un posible perfil unidimensional de la zona de contacto agua-aceite. Al conocer este perfil los operadores de campo pueden tomar decisiones sobre el ritmo de extracción del recurso, y posteriormente la modelación puede ser considerada como una condición inicial para la solución transitoria del problema. La invasión de salmuera al yacimiento es inevitable. Los cálculos indican que una vez iniciado el proceso de invasión de salmuera, ésta tardará 56 días en llegar en forma inminente a las líneas de producción. La solución viable a este problema sería que se suspendiera la producción durante un lapso de tiempo igual o ligeramente mayor a fin de que el yacimiento recuperara su presión natural y el sistema regresara al

equilibrio inicial. Sin embargo, esto es prácticamente imposible, ya que usualmente no puede detenerse la producción y con el paso del tiempo puede ocurrir que el yacimiento deje de ser rentable.

Los modelos matemáticos ofrecen la oportunidad de formular posibles perfiles de la superficie de contacto agua-aceite con base en las condiciones físicas del sistema. Sin embargo, se requieren amplios conocimientos en geología e ingeniería del petróleo para analizar los resultados que se obtienen de forma satisfactoria. Por otro lado, la tecnología actual y los fundamentos matemáticos bajo los cuales opera, permiten formular teorías sobre la deformación de los poco estudiados domos salinos. Estas teorías podrían ser confirmadas o refutadas si se analizaran las aguas de formación que se extraen con el petróleo: un aumento considerable en la concentración de minerales en esa agua indicarían una interacción directa con los domos salinos y su posible deformación. Posteriormente se podría generalizar el problema de invasión de salmuera geotérmica.

Investigaciones posteriores requieren la elaboración de perfiles bi- y tridimensionales de la zona de contacto agua-aceite para lograr un mejor conocimiento de los planos en los que coexisten ambas fases, y con ello comprender mejor el proceso de invasión de salmuera en yacimientos petroleros. Cabe señalar que una vez que concluya la extracción de hidrocarburos en el yacimiento Puerto Ceiba, la fuente de calor interna que hace que la salmuera presente una temperatura elevada seguirá existiendo. Por ello, la posible explotación de energía geotérmica en el Golfo de México debe estudiarse en forma cuidadosa.

## Referencias

- Ávila, A.Y., 2013. Modelado matemático y numérico de un domo de sal profundo con invasión de salmuera geotérmica en un reservorio de aceite del Golfo de México. Tesis de licenciatura en ciencias físico-matemáticas. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Inédito.
- Arellano-Gil, J., S. Yussim-Guarneros, y L.A. Aguilar-Pérez, 2004. Origen y características de los domos de sal de la Cuenca Salina del Istmo. *Libro de resúmenes de la IV Reunión Nacional de Ciencias de la Tierra*, Juriquilla, Qro.
- PEMEX, 2012. *Primer informe trimestral 2012*. Disponible en: <http://www.pemex.com>, página visitada el 23 de octubre de 2012.
- Suárez, M.C., and J. Bundschuh, 2010. *Introduction to the numerical modeling of groundwater and geothermal systems: Fundamentals of mass, energy and solute transport in poroelastic rocks*. ISBN: 978-0415401678. CRC Press, Taylor & Francis Group. 525 pp.
- Suárez, M.C., F. Samaniego y R. Pacheco, 2006. Ingeniería del Activo Bellota-Jujo. Reporte técnico No. 10/06\_2. Diseño de Explotación, PEMEX-Exploración-Producción, Comalcalco, Tab., México. Inédito.
- Xinpu, S., M. Bai and W. Standifird, 2012. *Drilling and Completion in Petroleum Engineering. Theory and Numerical Applications*. Vol. 3, Multiphysics Modeling Series, ISBN: 978-041566527 CRC Press, Taylor & Francis Group. 233 pp.

**FIGURAS EN LAS PÁGINAS SIGUIENTES**



Fig. 1. Croquis de localización de campos del Activo Integral Bellota-Jujo (PEMEX, 2012)

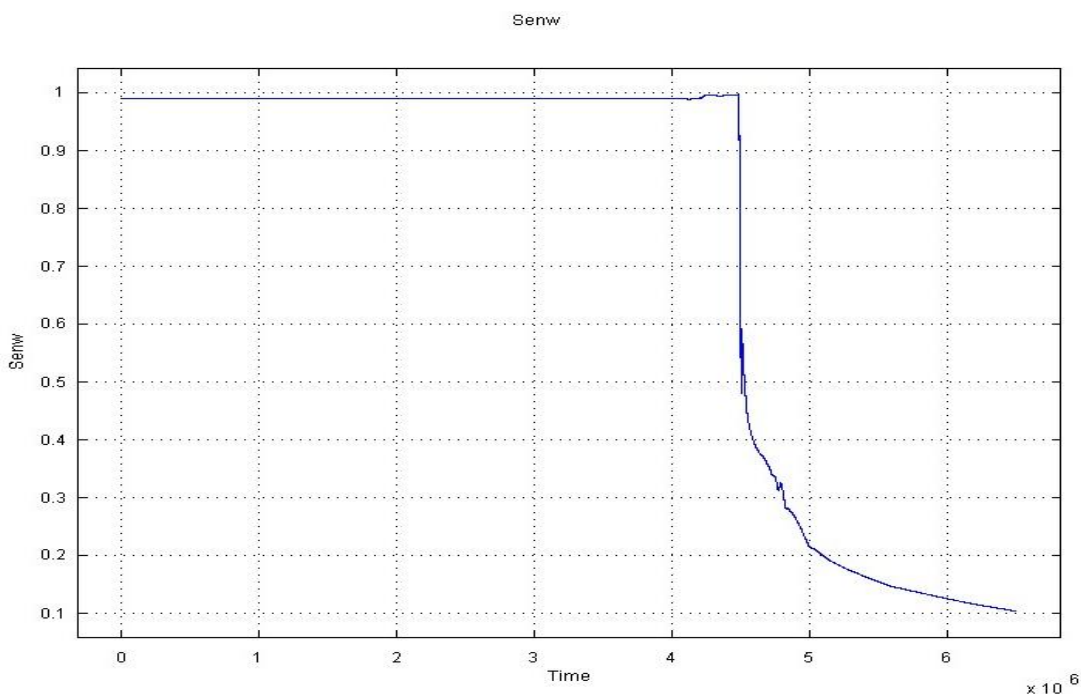


Fig. 2. Saturación del aceite afectada por la invasión de salmuera en el punto (150, 5550) m después de 52 días de producción.



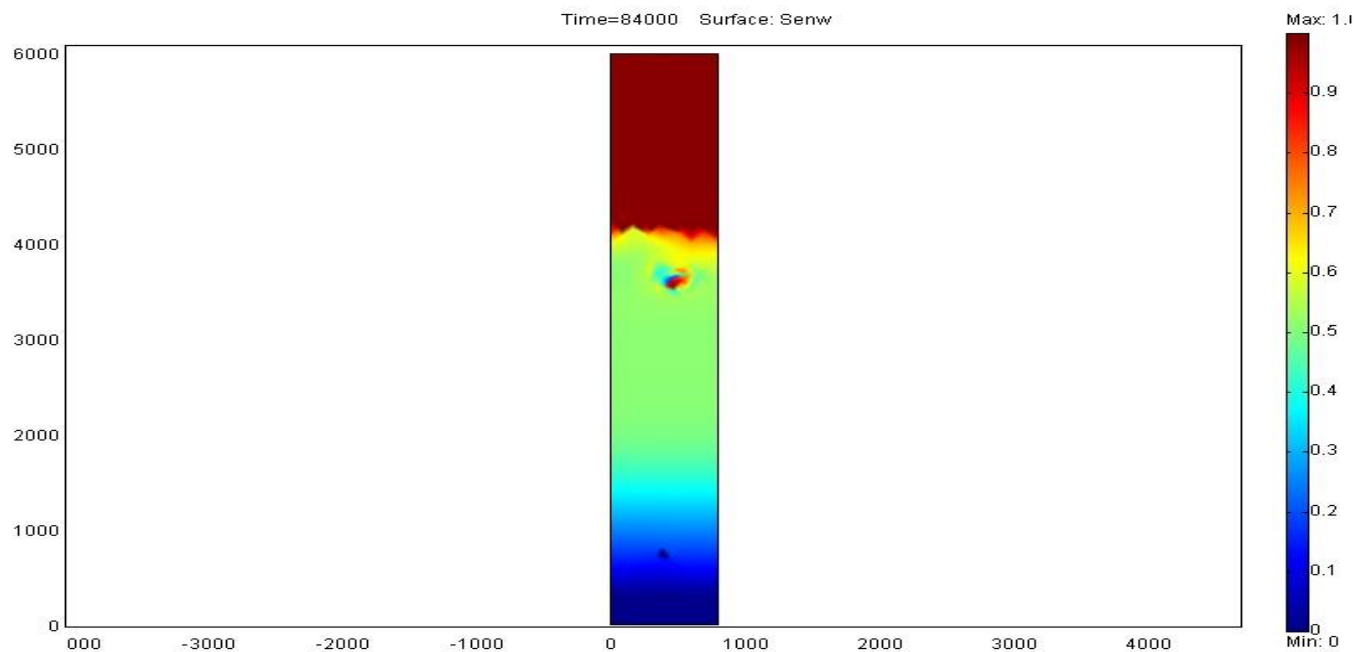


Fig. 3. Saturación del aceite y salmuera después de 23 horas de que se estableciera la zona de transición (en color verde).

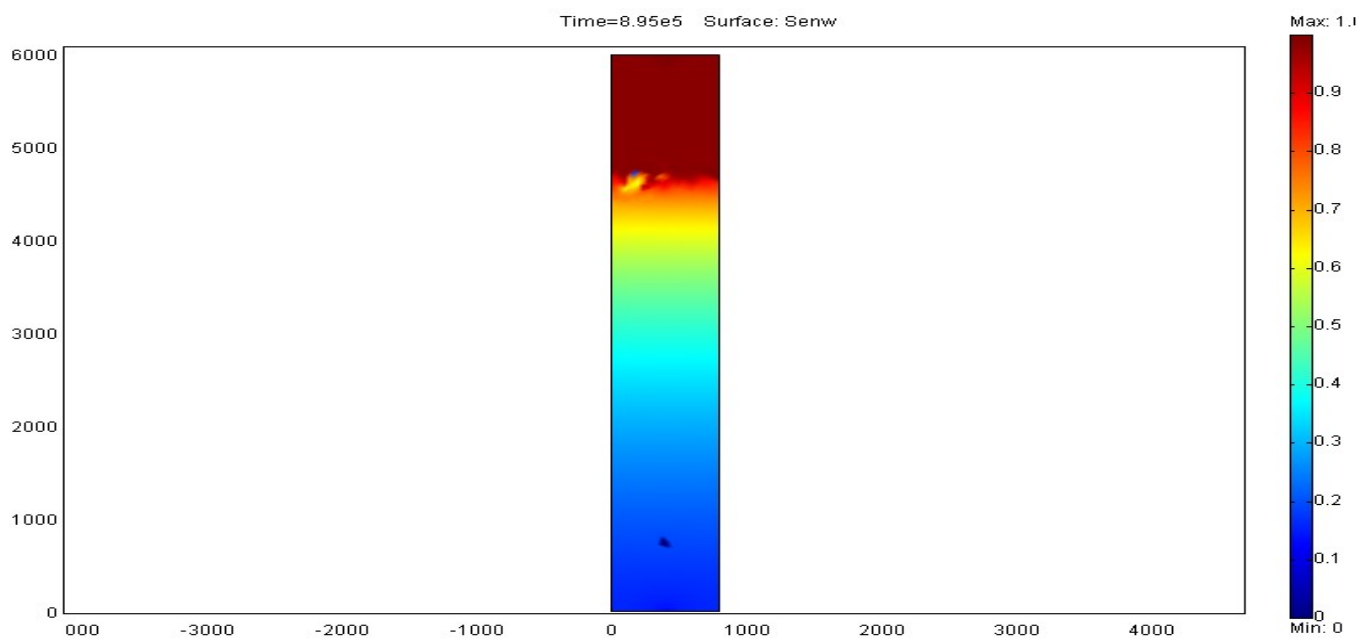


Fig. 4. Saturación del aceite y salmuera después de 10 días de que se estableciera la zona de transición.



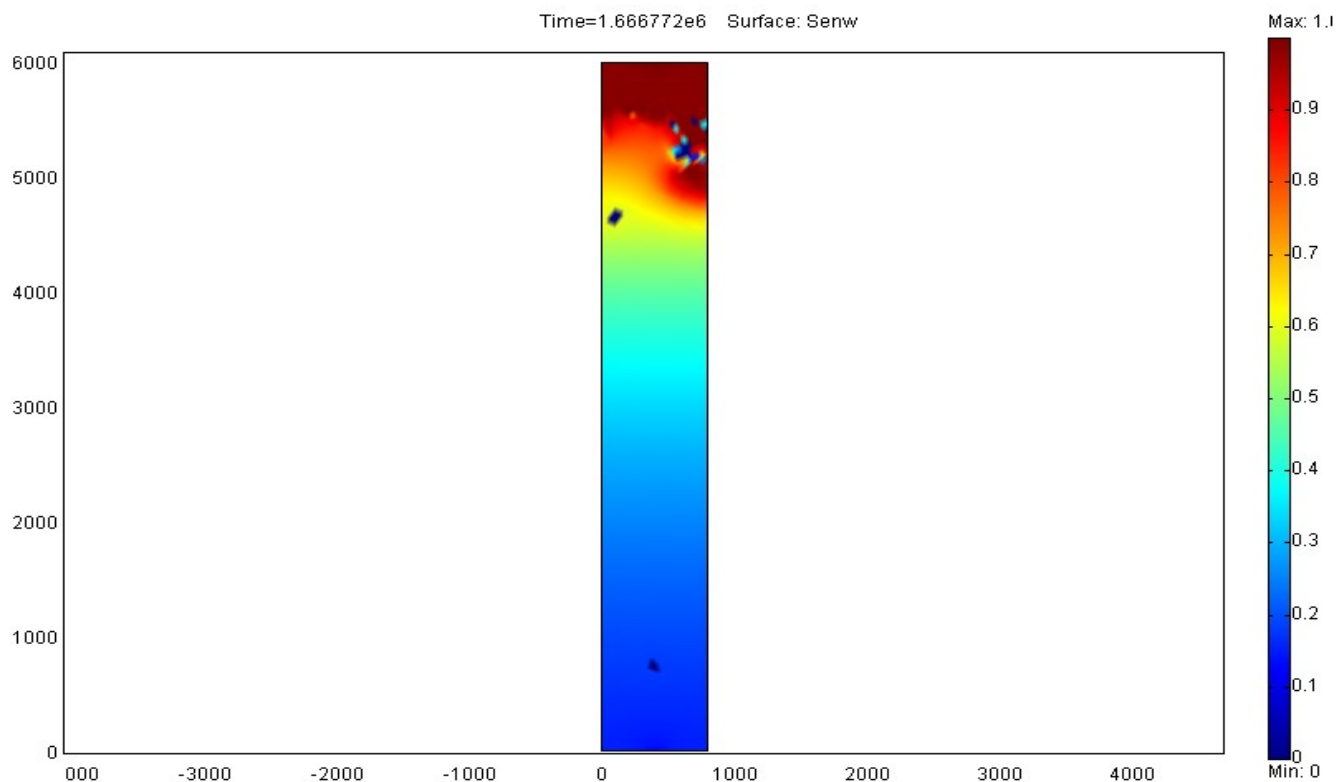


Fig. 5. Saturación del aceite y salmuera después de 20 días de que se estableciera la zona de transición.

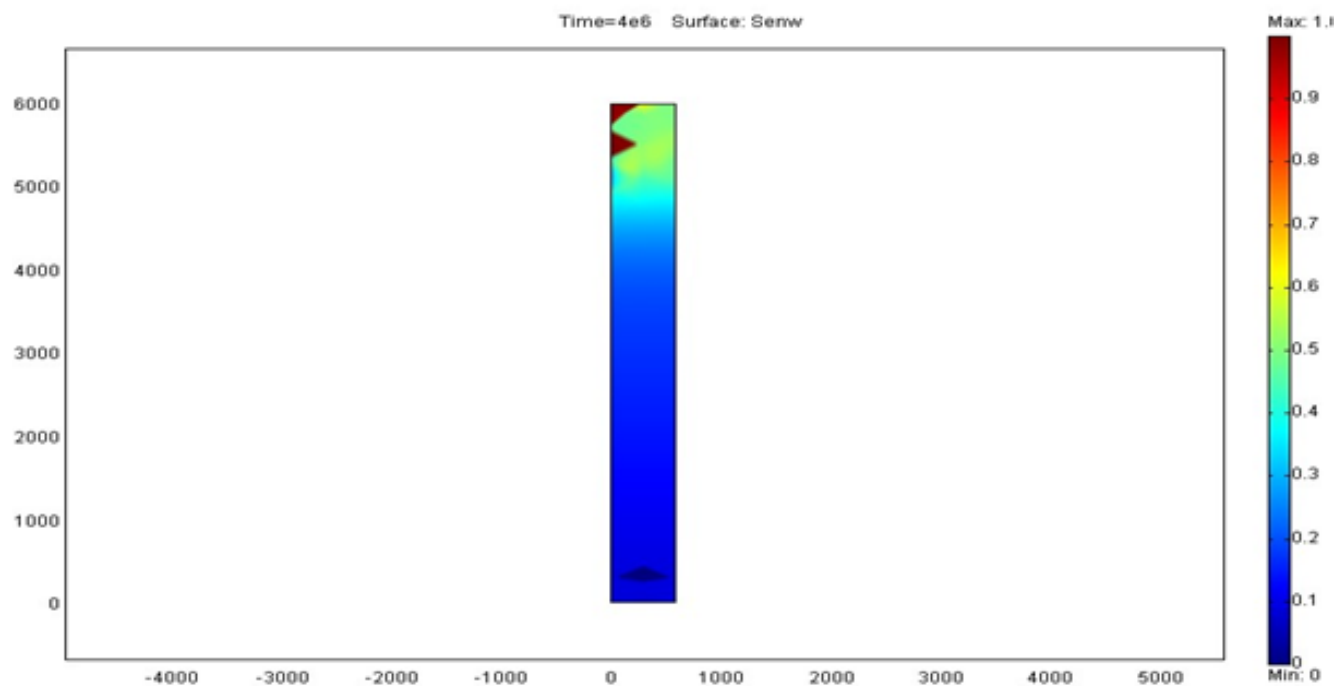


Fig. 6. Saturación del aceite y salmuera después de 46 días de que se estableciera la zona de transición.

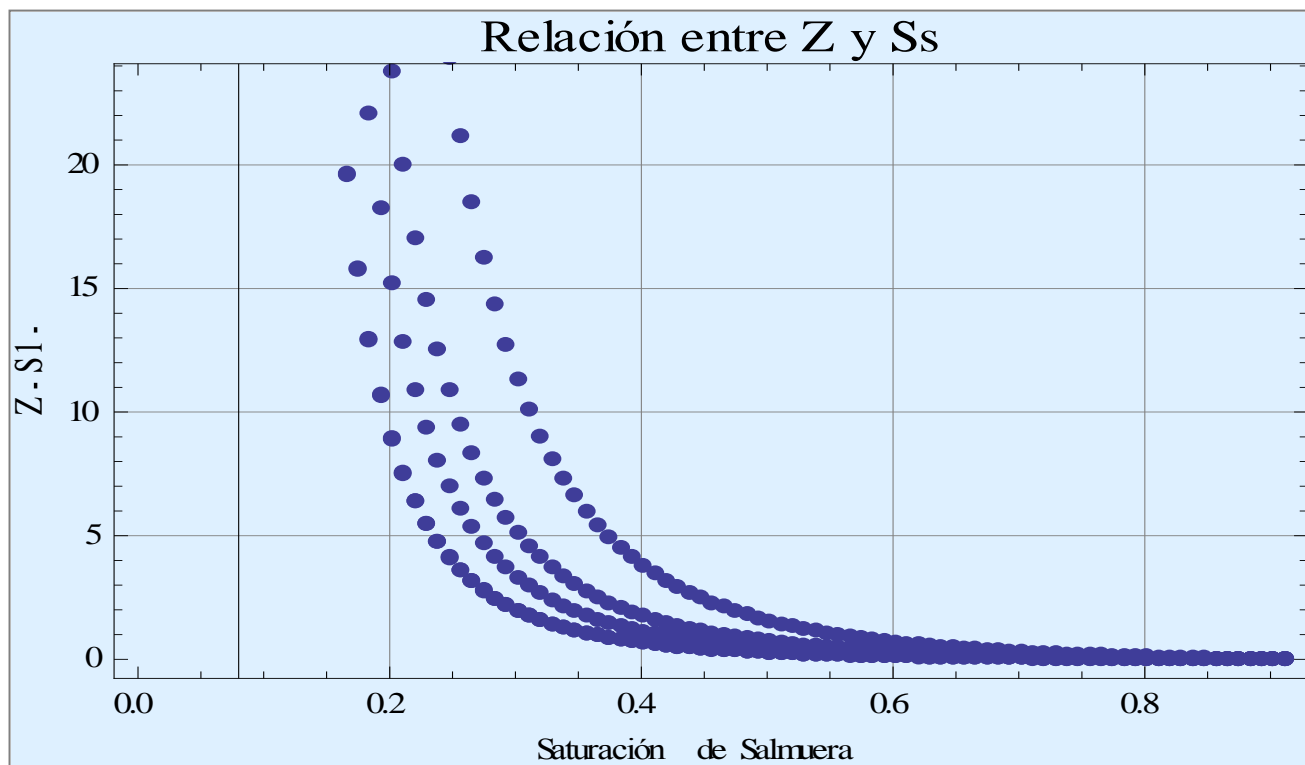


Fig. 7. Fase salmuera. Variación de la solución estacionaria para una saturación irreducible de salmuera del 5% y de aceite del 3% al variar el rango de las velocidades de ambas fases en forma constante.

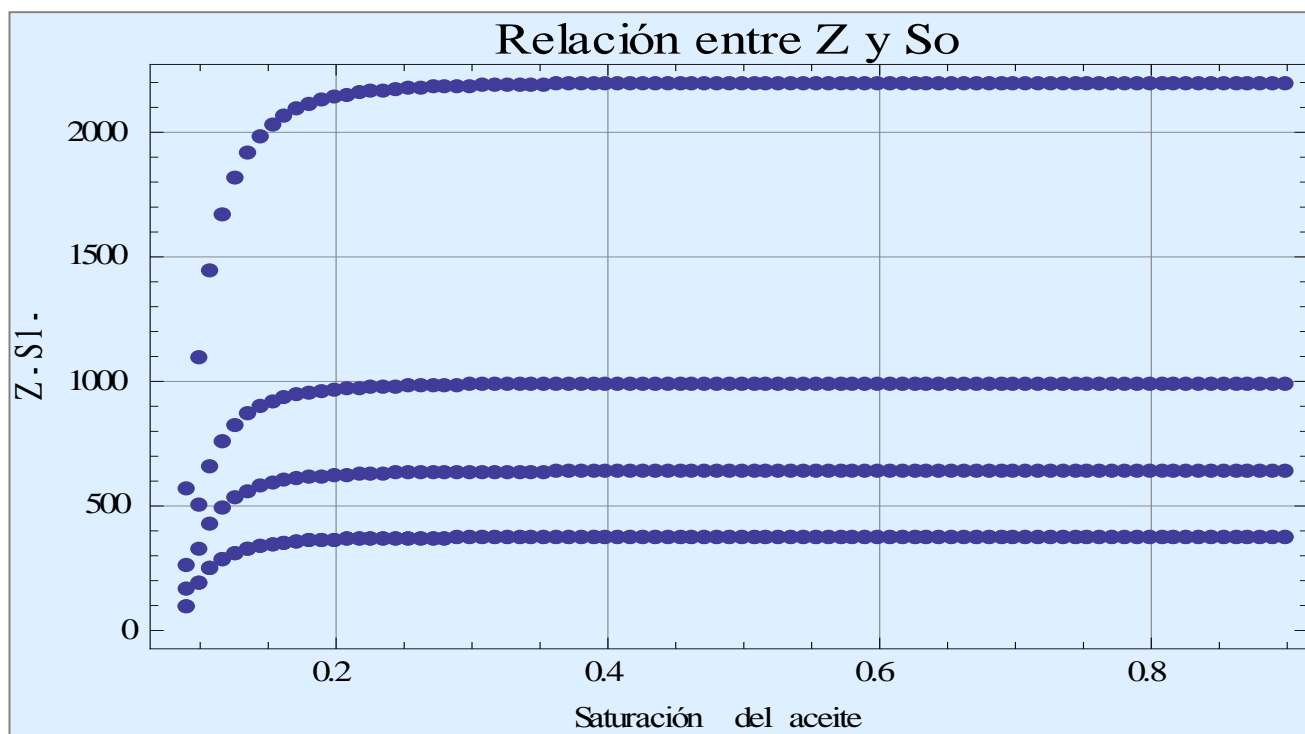


Fig. 8. Fase aceite. Variación de la solución estacionaria para una saturación irreducible de salmuera del 5% y de aceite del 3% al variar el rango de las velocidades de ambas fases en forma constante.

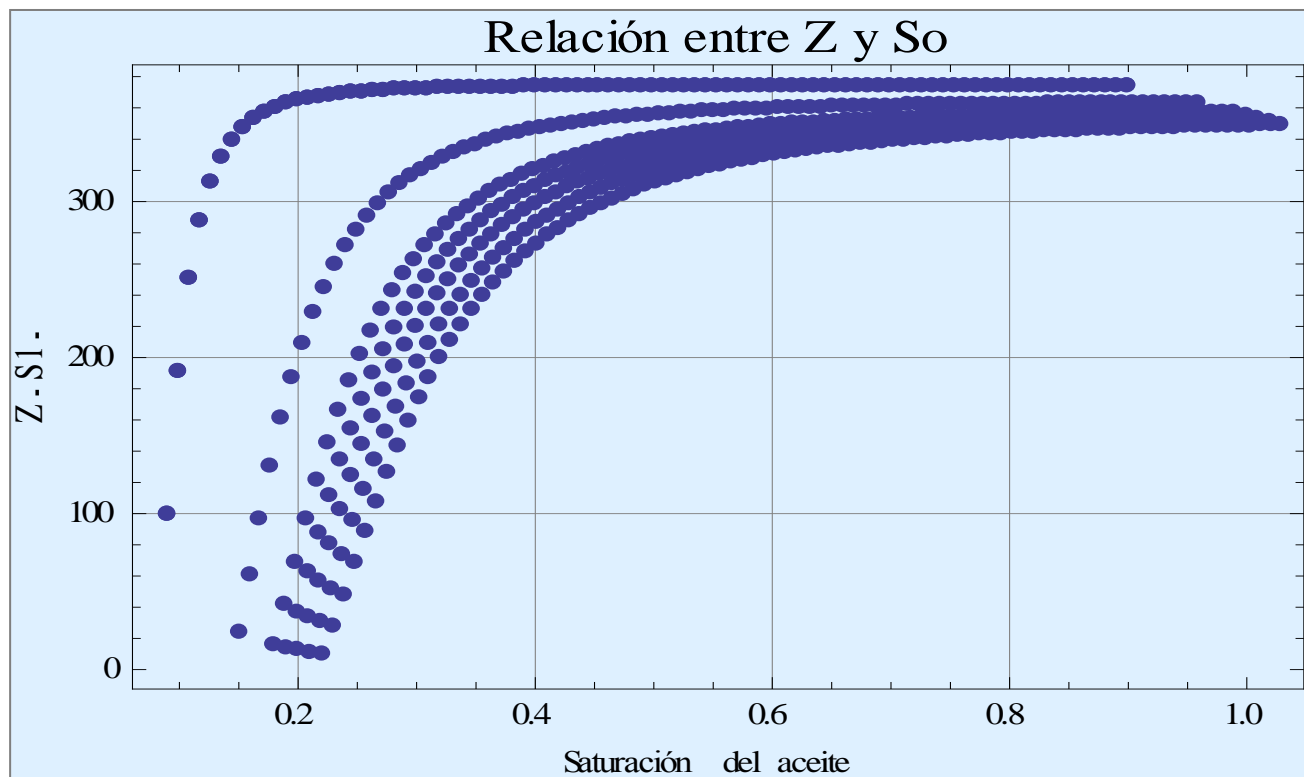


Fig. 9. Solución estacionaria para una saturación aceite del 5% al variar la saturación irreducible de la fase salmuera entre el 3% y el 16%.

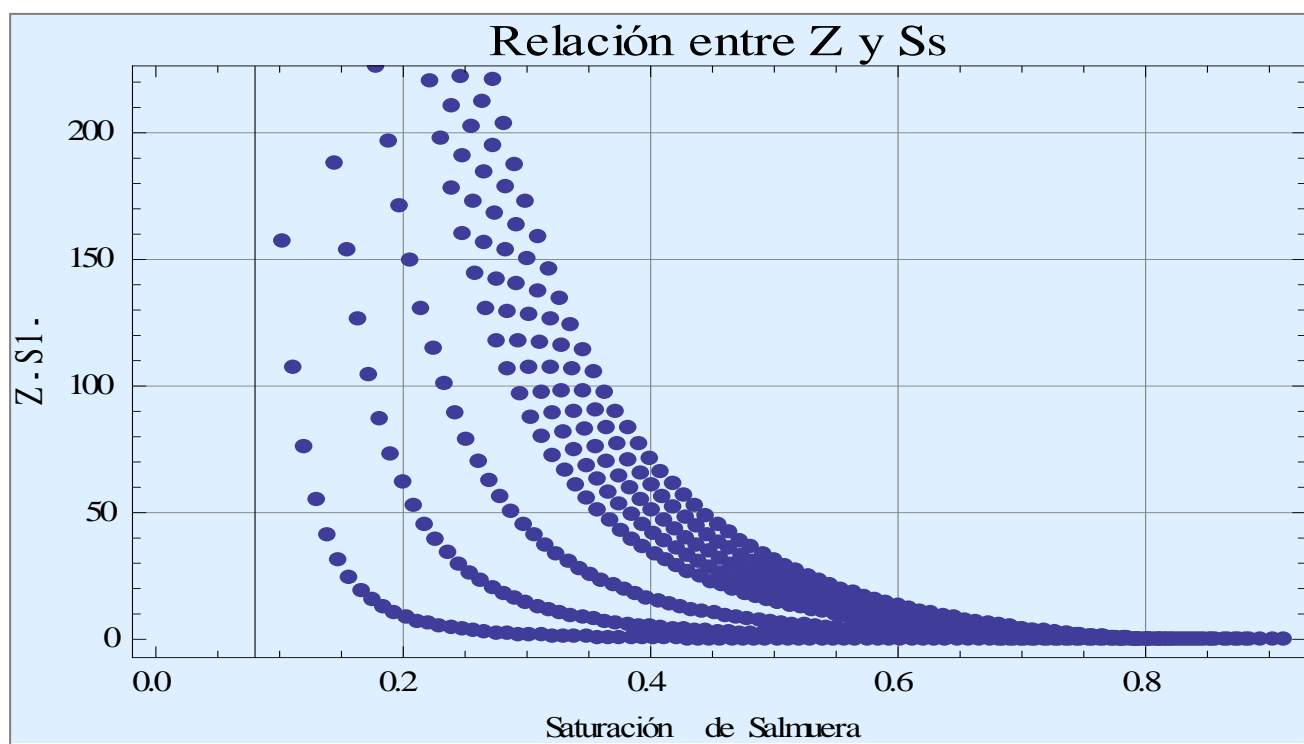


Fig. 10. Solución estacionaria para una saturación salmuera con una saturación irreducible de fase de entre el 3% y el 16%, manteniendo fija la saturación de aceite del 5%.

Fig. 11. Cargas, condiciones de frontera y geometría del modelo de campo.

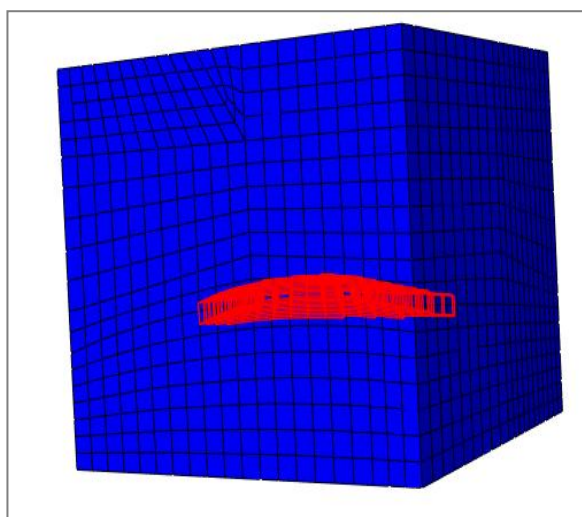
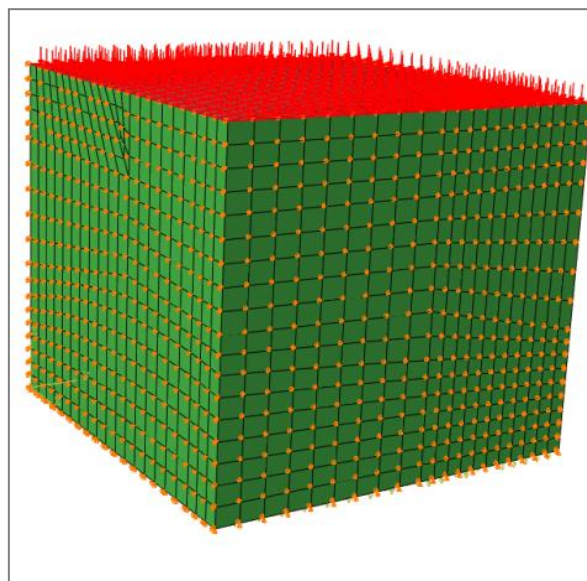
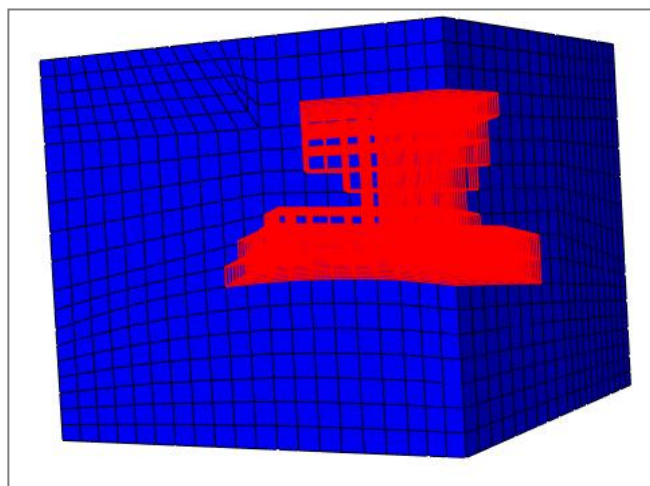


Fig. 12: Posición del reservorio en el modelo.

Fig. 13: Localización y geometría del domo de sal en el modelo.



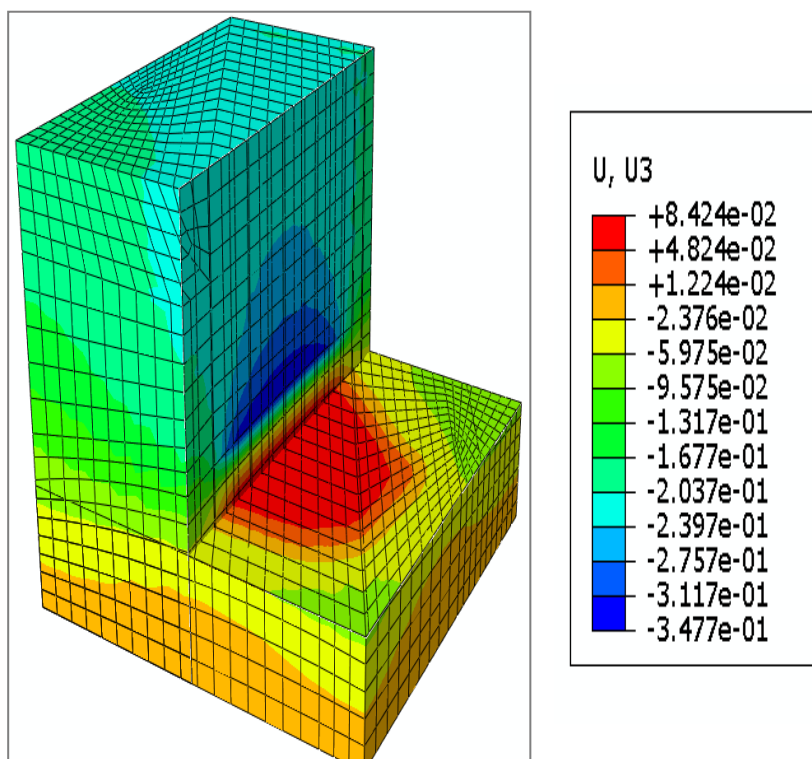


Fig. 14. Contorno del desplazamiento/hundimiento vertical  $U_3$  durante la producción de aceite.

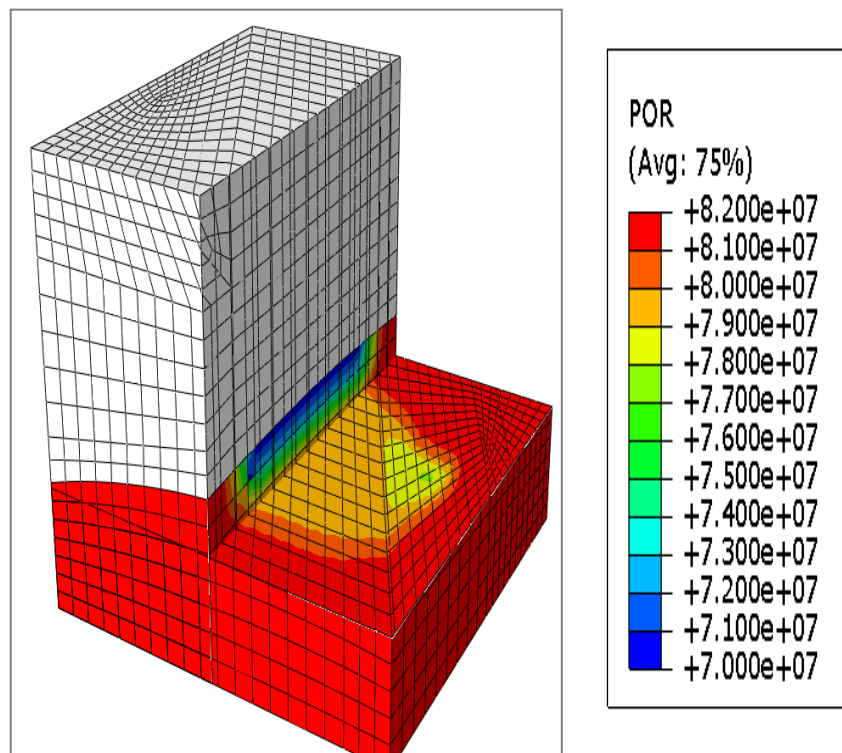


Fig. 15. Contorno de la variación de poro durante la producción de aceite.