

## El extraño comportamiento de la compresibilidad del agua en reservorios de alta entalpía y su efecto en transitorios de presión bifásicos y de solo vapor

Mario César Suárez Arriaga y Martha Leticia Ruiz Zavala

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo,  
Morelia, Mich. Correos: [mcsa50@gmail.com](mailto:mcsa50@gmail.com), [mlruizz@icloud.com](mailto:mlruizz@icloud.com).

### Resumen

Los métodos para la interpretación y análisis de pruebas de presión transitorias (PPT) van desde muy simples hasta de alta complejidad numérica. Los modelos analíticos que se utilizan en las pruebas tradicionales PPT conllevan varias simplificaciones, por ejemplo, que el líquido sea ligeramente compresible. Estos supuestos incluyen propiedades homogéneas de la roca, presión uniforme en el reservorio y gasto de extracción constante. Los métodos actuales asistidos por computadora son capaces de manejar escenarios de mucha mayor complejidad referentes a características geológicas concretas y al comportamiento real del fluido. En modelos avanzados, no es necesario suponer pequeña a la compresibilidad y el fluido puede ser no isotérmico y en dos fases. En pozos productores de puro vapor, la hipótesis de compresibilidad pequeña es totalmente errónea. La interpretación de las PPT en ambos casos permite el estudio del comportamiento local del reservorio bajo condiciones dinámicas de cambio de fase. El modelo de Garg para dos fases es completamente análogo al modelo de Theis, pero involucra el cómputo preciso de la compresibilidad del vapor en el valor total del sistema roca-líquido-vapor. En caso de que el reservorio produzca solo vapor, o que las condiciones del sistema vayan más allá del punto crítico y se presente una fase supercrítica, el cálculo de la compresibilidad del vapor es el punto determinante en la interpretación correcta de la prueba. En este artículo presentamos nuevas correlaciones para el cómputo de la compresibilidad del fluido geotérmico en cada una de sus dos fases. En el caso del vapor, su compresibilidad se comporta de forma extraña conforme aumenta la temperatura entre el punto crítico y los 450°C. El grupo de correlaciones prácticas que permiten reproducir este comportamiento, es publicado por primera vez. Esto abarca un amplio rango termodinámico, que incluye las singularidades observadas, yendo desde los reservorios geotérmicos tradicionales, hasta los de muy alta entalpía a condiciones de temperatura supercrítica.

*Palabras clave:* Compresibilidad no isotérmica, correlaciones numéricas, pruebas transitorias de presión, fluido bifásico, ingeniería de reservorios geotérmicos.

## The strange behavior of water compressibility in high enthalpy reservoirs and its effects on transient two-phase and pure steam pressure tests

### Abstract

Methods for interpretation and analysis of transient pressure tests (TPT) go from very simple models up to highly complex numerical techniques. The analytical models used in the traditional TPT use several simplifications, for example, that the liquid is lightly compressible. Assumptions include homogeneous properties of the rock, uniform pressure in the reservoir and constant extraction rates. Computer-aided current methods are capable of handling more complex scenarios with concrete geological characteristics and realistic fluid behavior. In the most advanced models, it is not necessary to assume a small compressibility and the fluid may be non-isothermal and two-phase. In wells that produce pure steam, the small compressibility hypothesis is totally erroneous. TPT analysis in both cases allows study the local behavior of the reservoir under dynamic conditions of phase change. The

Garg's model for two-phase flow is completely analogous to the Theis model, but it includes the accurate calculation of steam compressibility in the total rock-liquid-steam system. In case that the reservoir produces only steam or the system conditions go farther the critical point presenting a supercritical phase, the calculus of the steam compressibility is the key point in the correct interpretation of the pressure test. In this paper, we present new correlations for the computation of the geothermal fluid compressibility of each one of its two phases. In the case of the steam, its compressibility behaves in a strange way when its temperature is between the critical point and 450°C. The set of practical correlations able to reproduce this behavior is published for the first time. This covers a wide thermodynamic range which includes the observed singularities, the traditional geothermal reservoir and the reservoirs with very high enthalpy at supercritical temperature conditions.

**Key words:** Non-isothermal compressibility, numerical correlations, transient pressure tests, two-phase fluid, geothermal reservoir engineering.

## Introducción

La compresibilidad de rocas porosas  $C_B$  es un coeficiente que mide el cambio de volumen cuando la presión hidrostática de confinamiento  $p_k$  cambia con respecto al volumen inicial  $V_B$ . Este coeficiente es exactamente el recíproco del módulo volumétrico  $K_B$ . Cuando la medición se hace a temperatura constante,  $C_B$  se llama compresibilidad isotérmica de la roca porosa. Su expresión matemática es:

$$C_B = -\frac{1}{V_B} \left( \frac{\Delta V_B}{\Delta p_k} \right)_T = \frac{1}{K_B} \quad [Pa^{-1}] \quad (1)$$

La compresibilidad isotérmica del fluido  $C_f$ , cuando la temperatura  $T$  y la masa  $M_f$  son constantes, es definida como el cambio de volumen del fluido o de su densidad, con respecto al cambio efectivo de su presión por unidad de volumen:

$$C_f = -\frac{1}{V_f} \left( \frac{\partial V_f}{\partial p_f} \right)_T = -\frac{\rho_f}{M_f} \left( -\frac{M_f}{\rho_f^2} \frac{\partial \rho_f}{\partial p_f} \right)_T = \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial p_f} \right)_T \quad (2)$$

La definición (2) es general y se aplica a ambas fases del fluido, líquido y vapor. El símbolo  $\rho_f$  representa a la densidad del fluido o a cualquiera de sus fases. La compresibilidad siempre es función de la presión y de la temperatura del fluido  $C_f(p_f, T)$ , (Bundschuh y Suárez-Arriaga, 2010).

## La compresibilidad en el análisis de pruebas de presión transitorias (PPT)

Describimos brevemente los tipos de pruebas y factores, como la compresibilidad, que afectan frecuentemente a las PPT, e introducimos conceptos fundamentales que son esenciales en el diseño e interpretación de esas pruebas en pozos geotérmicos (Horne, 1995; Suárez, 2013).

**a) Incremento de Presión (Build-up).** El pozo produce a gasto constante durante un cierto tiempo (días o meses). Luego se cierra y se mide el incremento de presión en el tiempo  $p_{wf}(t)$  durante algunas horas o días. El cambio en  $p_{wf}$  es máximo al inicio del cierre, luego tiende a estabilizarse. Si el producto formado por la permeabilidad de la roca y el espesor productor  $k b_a$  es demasiado pequeño la prueba debe ser de mayor duración.

**b) Decremento de Presión (Draw-down).** El pozo se cierra durante el tiempo necesario hasta que se logre una presión estática en la formación. A partir de ese momento el pozo se abre produciendo a gasto constante durante un tiempo (horas o días). En cuanto la presión declina, se registra y se analiza. La caída de  $p_{wf}$  es máxima al inicio de esta prueba, luego se estabiliza.

**c) Inyección y Caída de Presión (Fall-off).** Se inyecta agua en el pozo a gasto constante durante un cierto tiempo (horas o días), hasta que se alcanza una presión de inyección estable; luego se interrumpe la inyección y la presión comienza a declinar muy pronto (*fall-off*), lo cual se registra y analiza. Es complicado estudiar esta prueba en reservorios con presencia de dos fases, líquido y vapor.

Otras pruebas posibles son variantes de esas tres clásicas. Al analizar matemáticamente la respuesta generada en una PPT, se observan usualmente tres tipos de flujo característicos: transiente, pseudo-estacionario y estacionario. El flujo queda caracterizado por cambios en la presión con respecto al tiempo y por el comportamiento del fluido, causado por la inyección, la extracción y por efectos en las fronteras. Cuando se lleva a cabo una prueba *draw-down* en un pozo recién abierto se asume que la presión inicial es uniforme. Cuando la depresión comienza, la presión del fluido cae significativamente cerca del pozo. En ese momento los efectos de frontera no son evidentes en las características de flujo, ya que las perturbaciones en la presión causadas por el decremento requieren de cierto tiempo para alcanzar las fronteras del reservorio. A esto se le llama periodo de flujo infinito, donde el reservorio actúa como un medio infinito de geometría radial. Este flujo es transitorio, implicando con ello que la presión del reservorio varía en tiempo y lugar. Sin embargo, una vez que el pozo fluye durante un tiempo considerable, los efectos en las fronteras sí son observables.

En un reservorio cerrado sin influencias externas sobre la presión, como son la recarga natural y la reinyección, la tasa de cambio en la presión del reservorio se hace constante debido al constante decremento. Esto equivale a un flujo seudo-estacionario. La presión del reservorio cambia en todos los puntos del reservorio respecto al tiempo; sin embargo, el cambio en la presión es constante. En otras condiciones, si la presión externa es alimentada por un acuífero adyacente, o por la inyección en pozos vecinos, ocurre que la presión del reservorio se approxima a un valor constante, llevando el flujo a condiciones estacionarias.

En una típica prueba PPT los efectos en las fronteras se observan en forma tardía, después del periodo infinito de flujo. Las gráficas de los regímenes de flujo comúnmente encontrados en pruebas PPT convencionales se describen en la Figura 1 (todas las figuras al final del texto). Muchos reservorios tienen características geológicas complejas, como barreras impermeables o comunicación con un acuífero. Otras fuentes de datos, como estudios geofísicos y geológicos, también son útiles en el análisis de las PPT. Enseguida describimos brevemente donde interviene la compresibilidad en los procesos físicos del reservorio.

### Almacenamiento en el pozo y su inclusión en la PPT

Aunque el pozo parezca producir a gasto constante, el gasto se mide en el cabezal. Por eso es común que exista un flujo transiente dentro del mismo pozo desde el fondo hasta el cabezal y ocurre que el flujo de fluido del yacimiento hacia el liner ranurado no es constante. Este es el almacenamiento en el pozo, el cual puede ocurrir por expansión del fluido o por cambio en el nivel del líquido dentro del mismo pozo. El coeficiente de almacenamiento en el pozo se define como el volumen de fluido por unidad de caída de presión:  $c_a = V_w/\Delta p$  [ $m^3/Pa$ ]. Las fórmulas prácticas (Horne, 1995) en cada caso son:

$$\begin{aligned}
 \text{a) expansión del fluido: } c_{ae} &= V_w C_w \left[ \frac{m^3}{Pa} \right]; \quad \text{b) caída del nivel de líquido: } c_{anl} = 5.91 \times 10^{-4} \frac{A_w}{\rho_w} \\
 \text{almacenamiento adimensional: } c_D &= \frac{1.295 \times 10^{-4}}{2\pi\phi C_t r_w^2 b_a} c_a ; \quad p_D(t_D) = \frac{t_D}{c_D}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Donde  $V_w$  es el volumen de fluido contenido en el pozo,  $C_w$  es la compresibilidad del fluido dentro del pozo,  $A_w$  es el área seccional ( $\pi r_w^2$ ) del pozo y  $\rho_w$  la densidad del fluido contenido;  $c_a$  representa cualquiera de los dos coeficientes de almacenamiento arriba definidos;  $C_t = C_{fluido} + C_{roca}$  es la compresibilidad total del sistema roca-fluido y  $\phi$  es la porosidad de la roca.

A medida que se extrae fluido del pozo los efectos del almacenamiento disminuyen. Luego de un periodo transitorio, el fluido proviene esencialmente de la formación. En la práctica, para evitar el efecto del almacenamiento en el análisis de la prueba, hay que esperar un tiempo suficiente después de iniciada la prueba, dejando pasar dicho efecto.

### Radio de estudio en el reservorio

En cualquier PPT es vital conocer la zona del reservorio que está siendo investigado. El radio de estudio es definido como la distancia desde el pozo hasta la región del yacimiento donde la respuesta a la presión transiente tiene un efecto significativo. En el diseño de la PPT es importante determinar la duración mínima del periodo de prueba requerido para detectar una frontera del reservorio o alguna heterogeneidad localizada a cierta distancia del pozo. En caso de tener un reservorio de baja permeabilidad, se requiere una prueba de mayor duración. Basandonos en la solución de línea fuente para la ecuación de difusión, es posible estimar el radio de investigación para un pozo fluyendo en una área de drenaje circular:

$$r_{inv} = r_d \left( \frac{k t}{\phi \mu C_t} \right)^{0.5} \tag{4}$$

La ecuación anterior ( $r_d$  es una constante sin dimensiones dependiente de varios factores) sugiere que se requiere un tiempo relativamente más largo para investigar la misma área de drenaje en un reservorio de baja permeabilidad que en uno con alta permeabilidad; los otros factores son equivalentes. Es importante saber lo extensa que es el área de investigación en las pruebas en pozos, o en otras palabras, cuál es el área del reservorio que la prueba muestra. Cuando se crea un cambio en el flujo, las perturbaciones viajan cada vez más lejos dentro del reservorio con el paso del tiempo. En consecuencia, los radios de estudio de las PPT se vuelven aun mayores (Suárez, 2013).

### Fundamentos de la teoría de pruebas transitorias en pozos

La teoría de las PPT está basada en la solución de línea fuente infinita o modelo de Theis de la ecuación de difusividad. Todos los modelos de PPT son tratados a detalle en la literatura internacional (ver por ejemplo Horne, 1995; Bundschuh y Suárez, 2010). Los supuestos básicos en el desarrollo de la ecuación de difusión (Theis, 1935) son los siguientes:

- Reservorio homogéneo e isotrópico

- Flujo horizontal del fluido con efectos de gravedad despreciables.
- Una sola fase del fluido con pequeña compresibilidad constante.
- Flujo isotérmico y laminar. La Ley de Darcy es aplicable.
- El pozo es como una línea fuente localizada en un reservorio infinito de forma cilíndrica.
- Hay una solución modificada que considera el factor de daño y el almacenamiento.

Las ecuaciones para el análisis de PPT con el modelo de Theis radial se resumen a continuación y se presentan completas en el sistema internacional de unidades (Suárez, 2013).

### Síntesis de ecuaciones del modelo radial en el Sistema Internacional de Unidades (SI)

1. Solución del Modelo de Theis:

$$p(r,t) = p_i + \frac{Q_v \mu_f}{4\pi b_a k} E_1\left(\frac{r^2}{4\eta_H t}\right); \quad \eta_H = \frac{k}{\varphi \mu_f C_f} \quad (5)$$

2. Aproximación logarítmica:

$$p_{wf}(t) = p(r_w, t) \approx p_i - \frac{Q_v \mu_f}{4\pi k b_a} \left( 0.809078696 + \ln\left[\frac{k}{\varphi \mu_f C_t r_w^2}\right] + \ln[t] \right), \quad t \geq \frac{5 r_w^2}{\eta} \quad (6)$$

3. Con variables adimensionales:

$$P_D(t) = \frac{2\pi b_a k}{Q_v \mu_f} (p_i - p_{wf}(t)); \quad t_D(t) = \frac{k t}{\phi \mu C_t r_w^2}; \quad r_D(r) = \frac{r}{r_w} \quad (7)$$

4. Solución de Theis y su aproximación sin dimensiones:

$$P_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2} E_1\left(\frac{r_D^2}{4 t_D}\right); \quad \text{si } r = r_w \Rightarrow r_D = 1 \Rightarrow P_D(1, t_D) = \frac{1}{2} E_1\left(\frac{1}{4 t_D}\right)$$

$P_{wD}[t_D] = \frac{1}{2} (0.809078696 + \ln(t_D)), \quad \text{para } \frac{t_D}{r_D^2} > 10$

(8)

5. Solución logarítmica adimensional con factor de daño:

$P_{wD}[t_D] = \frac{1}{2} (0.809078696 + \ln[t_D]) + s, \quad \text{para } \frac{t_D}{r_D^2} \geq 10$

(9)

6. Fórmulas para calcular el factor de daño:

$$s(\Delta p_s) = \frac{2\pi k b_a}{Q_v \mu_f} \Delta p_s; \quad s_0 = \left( \frac{k}{k_s} - 1 \right) \ln\left(\frac{r_s}{r_w}\right); \quad r_s > r_w \quad (10)$$

7. Caída de presión debida al factor de daño:

$$\Delta p_s = \frac{Q_v \mu_f}{2\pi k b_a} s_0 ; \quad r_{wef}(s) = r_w e^{-s} \rightarrow (\text{radio efectivo}) \quad (11)$$

8. Presión de fondo fluyendo:  $p_{wf}(t) = p_i - \frac{Q_v \mu_f}{4\pi k b_a} \left( \ln[t] + \ln \left[ \frac{k}{\phi \mu_f C_t r_w^2} \right] + 0.8090787 \right)$

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{Q_v \mu_f}{4\pi k b_a} \left( \ln[10] \log[t] + \ln[10] \log \left[ \frac{k}{\phi \mu_f C_t r_w^2} \right] + \frac{0.8090787}{\ln[10]} \ln[10] \right) \Rightarrow$$

$$p_{wf}(t) = p_i - 0.1832339 \frac{Q_v \mu_f}{k b_a} \left( \log[t] + \log \left[ \frac{k}{\phi \mu_f C_t r_w^2} \right] + 0.3513784 \right) \quad (12)$$

9. Presión  $p_{wf}(t)$  con factor de daño empleando el logaritmo en base 10 ( $\ln[x] = \ln[10] \log[x]$ ):

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{Q_v \mu_f}{4\pi k b_a} \left( \ln[t] + 2s + \ln \left[ \frac{k}{\phi \mu_f C_t r_w^2} \right] + 0.8090787 \right) \Rightarrow$$

$$p_{wf}(t) = p_i - 0.183234 \frac{Q_v \mu_f}{k b_a} \left( \log[t] + 0.868589 s + \log \left[ \frac{k}{\phi \mu_f C_t r_w^2} \right] + 0.351378 \right) \quad (13)$$

10. Pendiente de la recta semilog estimada de la PPT:  $m = -0.183234 \frac{Q_v \mu_f}{k b_a} \rightarrow k_0$  (14)

11. Factor de daño estimado de la PPT. Reemplazar  $t = 1$  hora en la ec. (13),  $p_{wf}(1) = p_{wI}$ ,  $\log[1] = 0$ :

$$s = -1.151293 \left( \frac{(p_i - p_{wI})}{m} + \log \left[ \frac{k_0}{\mu \phi C_t r_w^2} \right] + 0.3513784 \right) \quad (15)$$

12. El coeficiente de almacenamiento en el pozo es dado por la ecuación (3).

Todas las unidades están en el SI:  $p_{wf}$ ,  $p_i$  en [Pa],  $Q_v$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ],  $\mu_f$  [Pa.s],  $k$  [ $\text{m}^2$ ],  $b_a$ ,  $r_w$  [m],  $t$  [s],  $C_t$  [ $\text{Pa}^{-1}$ ].

La interpretación de las PPT con este modelo permite el estudio del comportamiento local del reservorio bajo condiciones dinámicas. Nótese que las ecuaciones anteriores indican que la caída de presión en el reservorio es inversamente proporcional a la compresibilidad total y al volumen de poro de la región de drenaje del pozo. Por lo tanto la compresibilidad del fluido tiene un papel crucial en el análisis correcto de la prueba.

### El modelo radial de Garg

La interpretación de las PPT en reservorios bifásicos o de puro vapor también está soportada por la teoría de flujo transiente. En el modelo extendido de Garg (1980), no es necesario suponer pequeña a la compresibilidad y el fluido puede ser no isotérmico y en dos fases o solo vapor. Sus ecuaciones son:

$$p(r,t) = p_i + \frac{Q_M}{4\pi b_a} \left( \frac{k}{v_f} \right)_T^{-1} E_1 \left( \frac{r^2}{4\eta_G t} \right); \quad \eta_G = \frac{1}{\varphi \rho_f C_t} \left( \frac{k}{v_f} \right)_T; \quad \rho_f(p,T); \quad C_t(p,T)$$

$$v_f = \frac{\mu_f}{\rho_f}; \quad \left( \frac{k}{v_f} \right)_T = \frac{k}{v_{liq}} + \frac{k}{v_{vap}}; \quad C_t = C_{roca} + S_{liq} C_{liq} + S_{vap} C_{vap}; \quad \rho_f = S_{liq} \rho_{liq} + S_{vap} \rho_{vap}$$
(16)

$$\text{Entalpía cinemática: } h_F = \left( \frac{k}{v_{liq}} h_{liq} + \frac{k}{v_{vap}} h_{vap} \right) \cdot \left( \frac{k}{v_f} \right)_T^{-1}$$
(17)

Entalpía  $h_f$  *in situ* del fluido bifásico es dada en términos de la calidad del vapor  $X_v$ :

$$h_f(p, X_v) = X_l h_l + X_v h_v = h_l + X_v (h_v - h_l) \Leftrightarrow X_v = \frac{h_f - h_l}{h_v - h_l} = \frac{\rho_v}{\rho_f} S_v$$
(18)

Todas las unidades empleadas en las ecuaciones anteriores deben estar en el Sistema Internacional de Unidades, con sus múltiplos y submúltiplos para que sean consistentes. Emplear unidades híbridas del petróleo en geotermia, conduce a interpretaciones y cálculos erróneos en el análisis de cualquier PPT.

### Correlaciones prácticas para calcular la compresibilidad de la fase líquida en PPT

Describimos enseguida un grupo de correlaciones para calcular la compresibilidad en forma práctica. Estas correlaciones se construyeron utilizando el software *Mathematica* versión 8, con base en la ecuación de estado IAPWS-95 (*International Association for the Properties of Water and Steam*). Esta formulación describe las propiedades termodinámicas del agua ordinaria para uso general y científico (Wagner y Pruss, 2002; Rojas y Suárez, 2013). La forma general del modelo construido para la fase líquida es la siguiente:

$$C_{liq}(p,T) = 0.51606886334 \times 10^{-4} - 2.51668013407 \times 10^{-8} p - 2.09034801372 \times 10^{-7} T +$$

$$+ 1.59289240484 \times 10^{-10} pT + 1.84524385704 \times 10^{-9} T^2 - 5.99776925278 \times 10^{-13} pT^2$$
(19)

La correlación bidimensional (19) para calcular la compresibilidad del agua en fase líquida es aproximadamente válida para presiones desde 1 bar hasta 220 bar y temperaturas desde 10 hasta 210°C en la zona de líquido comprimido. No es válida a temperaturas mayores a 210°C pues el error aumenta proporcionalmente a T. La Figura 2 ilustra el comportamiento de la compresibilidad en fase líquida. Siguiendo un modelo matemático distinto establecimos la siguiente correlación, que es válida para presiones desde 20 bar hasta 300 bar y temperaturas desde 210°C hasta 370°C en la zona de líquido comprimido. No es válida a temperaturas mayores a 370°C.

$$C_{liq_2}(p, T) = \frac{a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 p + a_4 pT + a_5 p^2}{b_0 + b_1 T + b_2 p} + c_0 \quad (20)$$

donde las constantes son:  $a_0 = 93.1663311586$ ,  $a_1 = -0.1968009864$ ,  $a_2 = -0.1189515785 \times 10^{-3}$ ,  
 $a_3 = -0.4047179477$ ,  $a_4 = 0.00214683589$ ,  $a_5 = -0.1049247203 \times 10^{-3}$ ,  $b_0 = 1.2926119842 \times 10^6$ ,

$$b_1 = -4139.4544963629, b_2 = 1157.3957523284, c_0 = \begin{cases} 0, & \text{si } T \leq 260^\circ\text{C} \\ 6.1870252 \times 10^{-8}T, & \text{si } T > 260^\circ\text{C} \end{cases}$$

### Correlaciones prácticas para calcular la compresibilidad de la fase vapor en PPT

Describimos otro grupo de correlaciones para calcular la compresibilidad del vapor. Estas correlaciones se construyeron utilizando el mismo software *Mathematica* versión 8, con base en la ecuación de estado de la IAPWS-95. La Figura 3 ilustra el comportamiento de la compresibilidad de la fase vapor y la Figura 4 muestra su zona supercrítica. La forma general de las correlaciones calculadas en el rango de presiones de 20 bar a 180 bar, para temperaturas de 200°C a 350°C es la siguiente:

$$C_{vap1}(p, T) = \alpha_0(p) + \alpha_1(p)T + \alpha_2(p)T^2 + \alpha_3(p)T^3 + \alpha_4(p)T^4 + \alpha_5(p)T^5 \quad (21)$$

Los coeficientes funcionales  $\alpha_n(p)$  dependen de la presión y se indican en la siguiente Tabla 1.

Presión (bar)	$\alpha_0(p)$	$\alpha_1(p)$	$\alpha_2(p)$	$\alpha_3(p) \times 10^{-8}$	$\alpha_4(p) \times 10^{-11}$	$\alpha_5(p) \times 10^{-10}$
20	0.2873563	-0.002926293	0.00001397944	-3.011388	2.44876	0
30	0.3612855	-0.003862092	0.00001746083	-3.546081	2.713991	0
40	0.5518567	-0.006161136	0.00002746525	-5.484529	4.123256	0
50	0.8256363	-0.009329163	0.00004100774	-8.061324	5.962759	0
60	1.332468	-0.01517458	0.00006618992	-12.89028	9.438075	0
80	3.682279	-0.04195056	0.0001805821	-34.63108	24.94097	0
100	10.37273	-0.1169838	0.0004962977	-93.70659	66.40901	0
120	42.19327	-0.4740797	0.001999556	-375.0362	263.8818	0
130	21.88433	-0.232275	0.0009254172	-163.9096	108.8718	0
150	72.54727	-0.7647016	0.00302328	-531.2027	349.9518	0
170	3838.536	-50.37704	0.2644192	-69382.27	91010.81	-4.774319
180	675.4677	-8.255423	0.04031741	-9834.567	11981.66	-0.5832577

Tabla 1. Coeficientes a diferentes presiones para la correlación (21).

A partir de los 180 bar, la compresibilidad del vapor se comporta de forma irregular al aumentar la temperatura. En la Figura 3 se observa que a los 300°C se forma un pliegue o cordillera que continua hasta los 400°C, el cual es muy difícil de modelar y constituye un comportamiento extraño de la compresibilidad en una región vecina al punto crítico. Por ejemplo, en función de la presión, la correlación de la compresibilidad a los 320°C =  $T_0$  es bastante más compleja que las anteriores:

$$C_{vap2}(p, T) = \sum_{k=0}^{11} \beta_k(T) p^k \quad (22)$$

$$C_{\text{vap}2}(p, T_0) = -5.592918 \times 10^{-20} p^{11} + 3.79771 \times 10^{-17} p^{10} - 1.137487 \times 10^{-14} p^9 + 1.978352 \times 10^{-12} p^8 - 2.213567 \times 10^{-10} p^7 + 1.66816 \times 10^{-8} p^6 - 8.617871 \times 10^{-7} p^5 + 3.047846230929007 \times 10^{-5} p^4 - 7.2457952665566 \times 10^{-4} p^3 + 0.01114754890018806 p^2 - 0.10369336479407769 p + 0.5159308339752458$$

Correlaciones similares pueden obtenerse siguiendo la misma técnica. Las figuras 5, 6, 7 y 8 muestran este extraño comportamiento a medida que aumenta la temperatura. Los puntos son datos de la IAPWS-95, las curvas corresponden al modelo que creamos. Para la fase supercrítica del agua, construimos la siguiente correlación bidimensional:

$$C_{\text{vap}2}(p, T) = -0.9308259 + 0.9396242 e^p - 0.00001556435 p + 2.926128 \times 10^{-8} p^2 - 4.855833 \times 10^{-11} p^3 + 2.233625 \times 10^{-14} p^4 - 0.00001933079 T + 1.841308 \times 10^{-8} pT + 8.662136 \times 10^{-12} p^2 T + 1.458951 \times 10^{-8} T^2 - 1.609355 \times 10^{-11} p T^2 - 2.16006 \times 10^{-12} T^3$$

La gráfica de esta correlación se muestra en la Figura 9.

## Conclusiones

En este trabajo describimos un grupo de nuevas correlaciones prácticas para calcular con precisión la compresibilidad de las dos fases del agua geotérmica. Al analizar numéricamente la respuesta generada durante una prueba de presión transitoria en pozos geotérmicos, se observan tres tipos de flujo: transiente, seudo-estacionario y estacionario. El flujo queda caracterizado por cambios en la presión con respecto al tiempo y por el comportamiento del fluido, afectado por la inyección, la extracción y por efectos en las fronteras.

La compresibilidad de cada fase interviene en todos los procesos físicos del reservorio, además del almacenamiento y radio de estudio. La caída de presión en un reservorio bifásico es inversamente proporcional a la compresibilidad total del sistema roca-fluido y a la porosidad en la zona de drenaje del pozo. Por lo tanto la compresibilidad del fluido juega un papel crucial en el análisis correcto de cualquier prueba de presión. Por ello presentamos una síntesis completa de ecuaciones del modelo radial en el Sistema Internacional de Unidades. La interpretación de las PPT con este modelo, permite el estudio del comportamiento local del reservorio bajo condiciones dinámicas.

Cuando el reservorio produce solo vapor o bien cuando las condiciones del sistema van más allá del punto crítico y se presente una fase supercrítica, el cálculo de la compresibilidad del vapor es el punto determinante en la interpretación correcta de la prueba. En el caso del vapor puro, la compresibilidad se comporta extrañamente conforme aumenta la temperatura desde el punto crítico hasta los 450°C.

## Referencias

- Bundschuh, J., and M.C. Suárez-Arriaga, 2010. *Introduction to the Numerical Modeling of Groundwater and Geothermal Systems – Fundamentals of mass, energy and solute transport in poroelastic rocks*. Vol. 2, Multiphysics Modeling Series, CRC Press – Taylor & Francis Group.
- Garg, S.K., 1980. Pressure Transient Analysis for Two-Phase (Water-Steam) Geothermal Reservoirs. *SPEJ*, pp. 206–214.
- Horne, R.N., 1995. *Modern Well Test Analysis - A computer-aided approach*. Petroway, Inc., 257 pp.

Rojas-Hernández, J.D., y M.C. Suárez-Arraiga, 2013. La formulación IAPWS-95 del potencial de Helmholtz para las condiciones críticas y supercríticas del agua geotérmica en una interfaz gráfica eficiente. *Memorias del XXI Congreso Anual de la AGM*, 23-26 octubre 2013, Morelia, Mich.

Suárez-Arraiga, M.C., 2013. Análisis Matemático de Pruebas Transitorias de Presión - Aplicaciones prácticas con software avanzado usando *Mathematica* v. 8. Notas no publicadas del Seminario-Taller impartido a LaGeo, El Salvador, San Salvador, 1-5 de Abril de 2013, 75 pp. Inédito.

Theis, C.V., 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage. *Transactions, American Geophysical Union* 16, pp. 519–524.

Wagner, W., and A. Pruss, 2002. The IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. *J. Phys. Chem. Ref. Data Vol. 31*, No. 2.

## FIGURAS

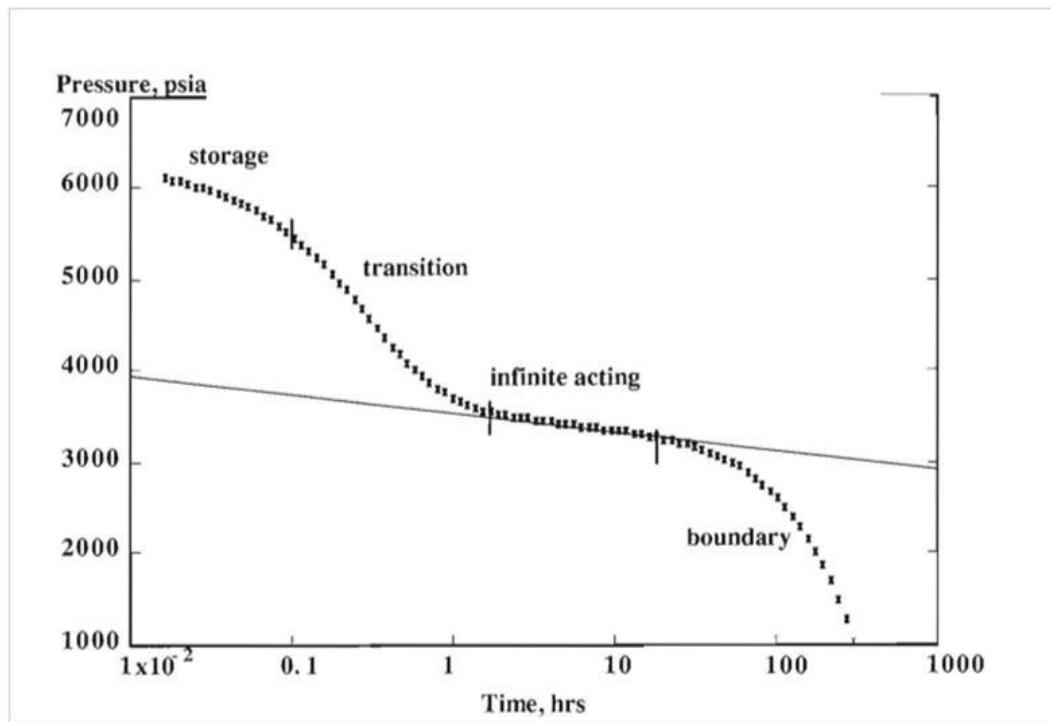


Figura 1. Secuencia en el tiempo de posibles respuestas pozo-reservorio en una PPT (ilustración tomada de Horne, 1995).

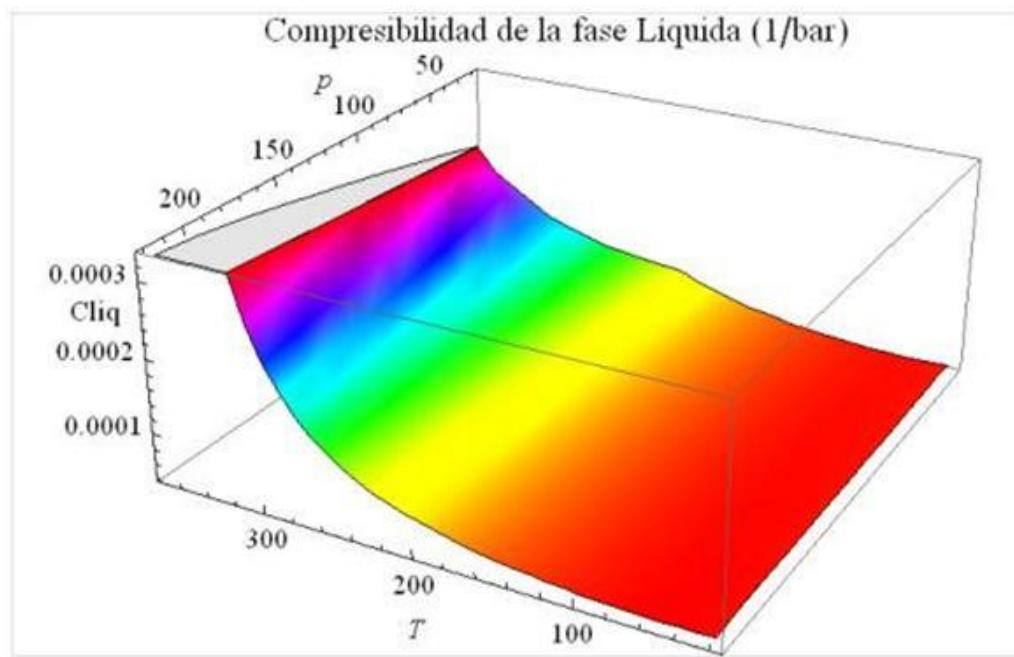


Figura 2. Compresibilidad de la fase líquida del agua en tres dimensiones. La temperatura  $T$  está en °C y la presión  $p$  en bares absolutos (Datos de la formulación IAPWS-95).

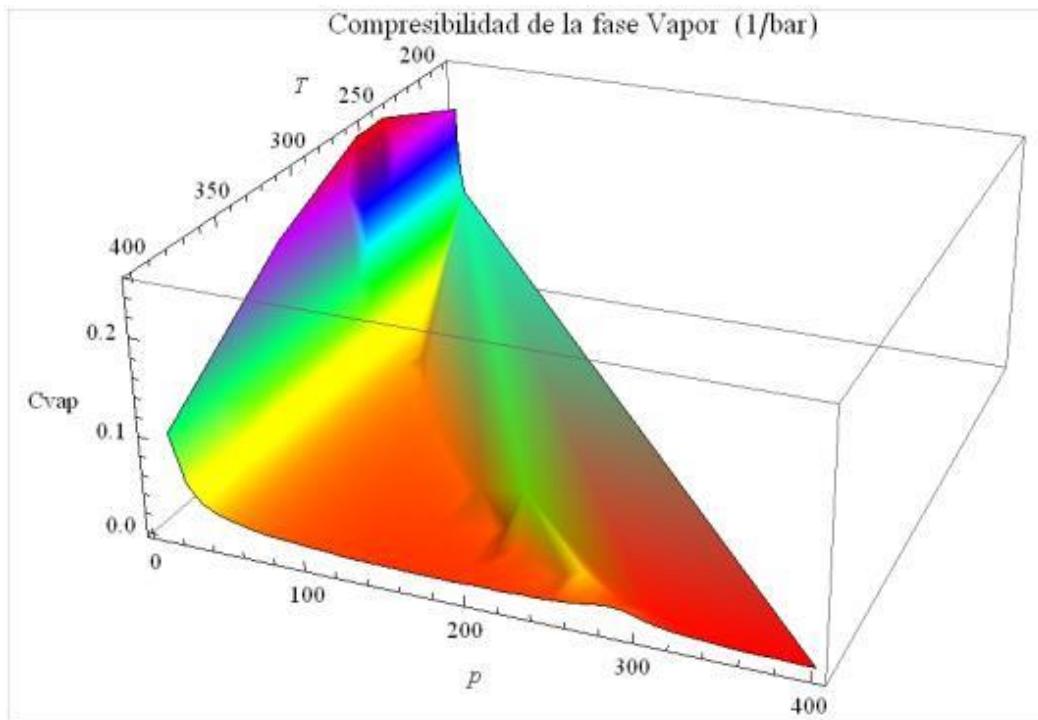


Figura 3. Compresibilidad de la fase vapor del agua en tres dimensiones. La temperatura  $T$  está en °C y la presión  $p$  en bares absoluta (Datos de la formulación IAPWS-95).

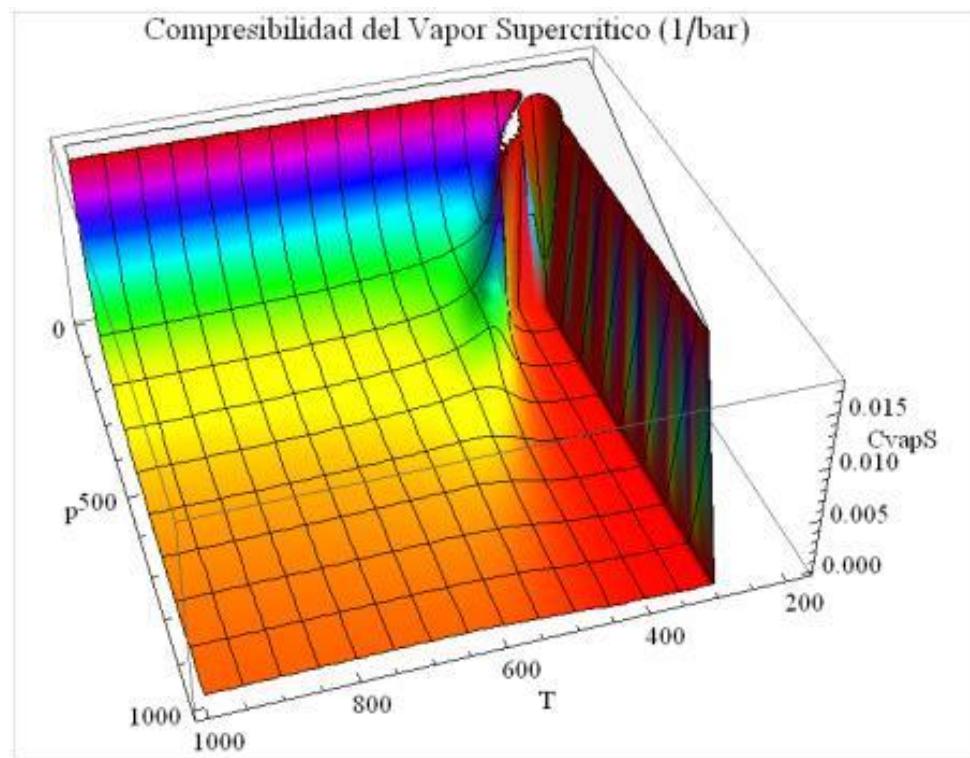


Figura 4. Compresibilidad del vapor supercrítico en tres dimensiones. La temperatura  $T$  está en  $^{\circ}\text{C}$  y la presión  $p$  en bares absoluta (Datos de la formulación IAPWS-95).

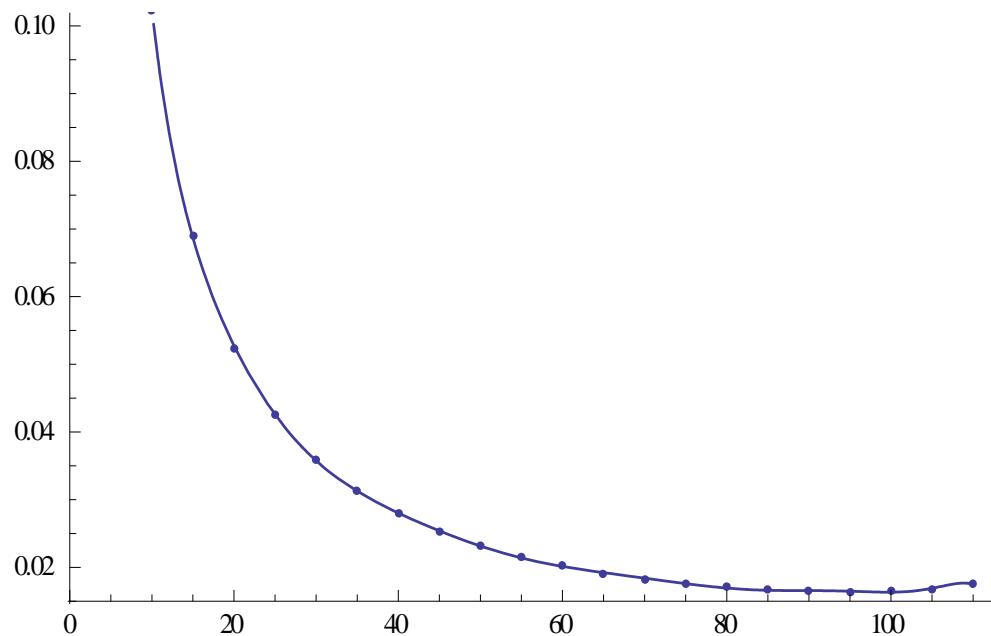


Figura 5. Compresibilidad del vapor en función de la presión a la temperatura de  $320^{\circ}\text{C}$ .

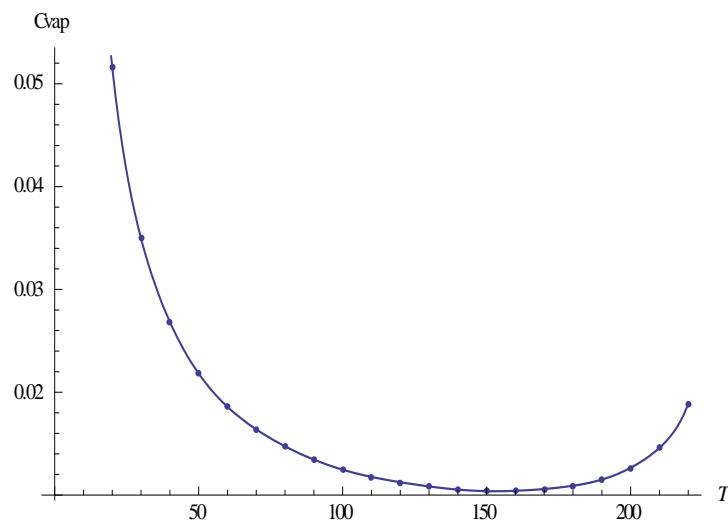


Figura 6. Compresibilidad del vapor en función de la presión a la temperatura de 380°C.

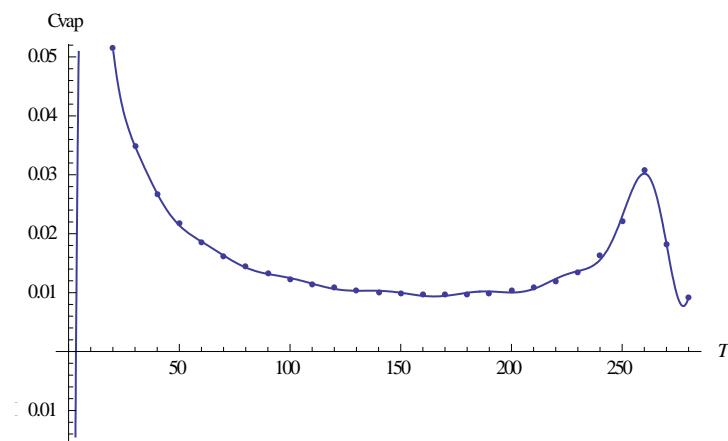


Figura 7. Compresibilidad del vapor en función de la presión a la temperatura de 390°C.

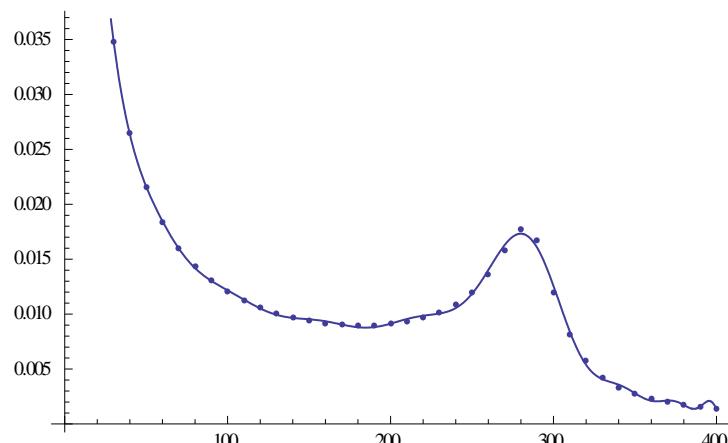


Figura 8. Compresibilidad del vapor en función de la presión a la temperatura de 400°C.

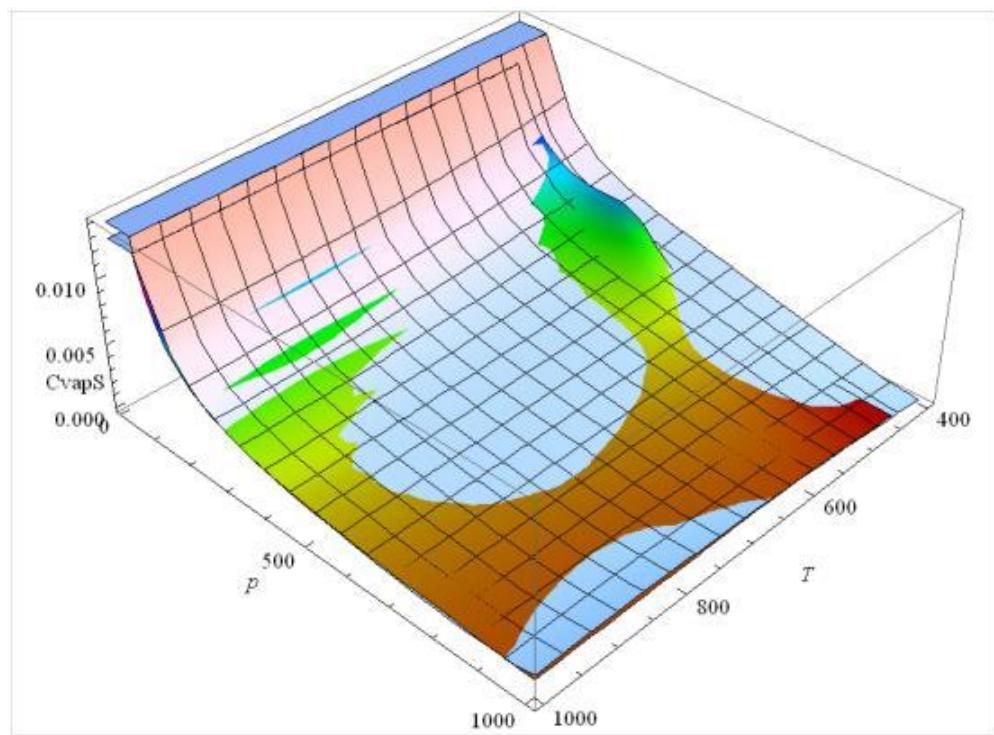


Figura 9. Compresibilidad del agua supercrítica en función de la presión y la temperatura entre 400°C y 1000°C.