

## Uso potencial del método de elementos finitos en la modelación avanzada de sistemas geotérmicos

**Pablo Venegas García y Mario César Suárez Arriaga**

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo,  
Morelia, Mich. E-mail: [mcsa50@gmail.com](mailto:mcsa50@gmail.com)

### Resumen

Dentro del conjunto de métodos numéricos para la solución de ecuaciones diferenciales parciales, el método de elementos finitos (MEF) es uno de los más versátiles y poderosos usados en el mundo. Su popularidad es debida a su precisión numérica, flexibilidad y capacidad de representar, con muy buenos resultados, fenómenos naturales complejos, acoplados, multifísicos, en regiones de geometría muy complicada. Un ejemplo notable de su aplicación potencial es el modelado del flujo simultáneo de masa y energía en yacimientos geotérmicos deformables con baja, mediana o alta entalpía, así como en otros sistemas naturales basados en la Ley de Darcy. El MEF puede utilizarse con muchas ventajas para modelar el transporte de solutos en acuíferos isotérmicos y en sistemas hidrotermales, así como para la dispersión de salmuera en yacimientos de hidrocarburos. En todos estos casos el cálculo de la presión, la velocidad de flujo, la difusión de solutos y la distribución de la temperatura en fluidos en medios porosos deformables, pueden computarse con muy buena aproximación en cualquier clase de fronteras heterogéneas. El potencial principal del MEF radica en su capacidad de representar numéricamente complejos sistemas acoplados en procesos generales de multifísica tanto estacionarios como transitorios. En este trabajo presentamos varios ejemplos de modelación avanzada y simulación numérica con el MEF sobre el comportamiento de diversos tipos de sistemas geotérmicos.

*Palabras clave:* Método de elementos finitos, Ley de Darcy, modelado de yacimientos geotérmicos, sistemas multifísicos.

### Potential use of the finite element method in advanced modeling of geothermal systems

### Abstract

Inside the group of numerical methods employed to solve partial differential equations, the finite element method (FEM) is one of the most versatile and powerful techniques used worldwide. Its popularity is due to its numerical accuracy, flexibility and capability to represent complex coupled natural phenomena and multi-physics problems within complicated geometries with very good results. A remarkable example of its potential application is the modeling of simultaneous mass and energy flows in low, medium or high enthalpy geothermal reservoirs with poroelastic deformation, or any other natural system based on Darcy's law. The FEM can also be used advantageously in the modeling of solute transport in isothermal aquifers or in hydrothermal systems, and in the dispersion of brine in hydrocarbon reservoirs. In all these examples the pressure profile, flow velocity, solute diffusion and temperature distribution in fluids flowing through porous rocks can be determined with great accuracy in domains with any kind of heterogeneous boundaries. The main potential of the FEM resides in its capability to represent numerically transient and stationary coupled complex systems in general multi-physics processes. In this work we present several examples of advanced modeling and numerical simulation of diverse geothermal systems using the FEM.

*Keywords:* Finite element method, Darcy's law, geothermal reservoir modeling, multi-physics systems.

## Introducción al modelado numérico en sistemas geotérmicos

En la actualidad el recurso más importante para obtener energía es el petróleo, pero las consecuencias de explotar este recurso, cada vez más escaso, se están convirtiendo en un problema a nivel mundial. Desde el calentamiento global, contaminación y daño severo al medio ambiente, este recurso no sólo es un peligro para la humanidad, también es un recurso muy costoso. Desde hace un poco más de cuarenta años, el estudio de nuevas formas de obtener energía eléctrica de los yacimientos geotérmicos, ha desencadenado una serie de modelos matemáticos por medio de ecuaciones diferenciales que nos permiten, de manera segura y baja en costos, predecir y modelar el comportamiento de estos fenómenos. Sin embargo, es importante señalar que los resultados obtenidos muchas veces son de casos idealizados para obtener una ligera comprensión del comportamiento de estos sistemas sumamente complejos. Actualmente es frecuente hacer uso de técnicas de modelación numérica, como elementos finitos, para un análisis práctico y confiable. El desarrollo de estos modelos matemáticos se justifica por la ayuda que brindan en la predicción del comportamiento de fenómenos naturales representando hasta situaciones críticas sin ningún tipo de riesgo. Para cualquier estudio científico, los datos de campo son una parte fundamental para desarrollar teorías o modelos, aunque la obtención de datos puede ser una tarea muy difícil de realizar. Los modelos siguientes se adaptaron de Bundschuh y Suárez (2010).

### Conservación de la masa en un medio poroso

La densidad de un objeto es igual a la masa dividida entre su volumen. La densidad total de una roca porosa se puede definir tomando en cuenta la presencia y la densidad de un fluido ( $\rho_f$ ) dentro de los poros junto con el material sólido ( $\rho_s$ ). La densidad global es un promedio ponderado de las dos densidades  $\rho = \varphi \rho_f + \varphi_s \rho_s$ , donde  $\varphi$  define la porosidad como fracción. La masa total  $M = M_f + M_s$  es la suma de las masas de las dos fases en el tiempo  $t > 0$ . Las definiciones matemáticas son:

$$\text{Masa del sólido: } M_s = \int_{V_s} \varphi_s \rho_s (\vec{r}, t) dV, \quad \text{Masa del fluido: } M_f = \int_{V_f} \varphi \rho_f (\vec{r}, t) dV \quad (1)$$

Partiendo de estas ecuaciones se puede formular lo que se conoce como el principio de la conservación de la masa en un medio poroso, que es la base de los modelos matemáticos para el estudio de yacimientos geotérmicos. Sea  $\vec{v}_i = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}$  la velocidad vectorial de una partícula, sea para el fluido o sólido; si la masa de cada estado se conserva constante, la derivada total de cada una de las integrales anteriores debe ser cero.

$$\frac{\partial(\varphi_i \rho_i)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varphi_i \rho_i \vec{v}_i) = 0 \quad (2)$$

Si nos centramos en la conservación de la masa para los fluidos, podemos suponer que el fluido en la roca porosa depende tanto del espacio como del tiempo. Y en este caso  $\vec{v}_f = (v_x, v_y, v_z)$  es el campo de velocidad de las partículas del fluido.

La forma más simple de la ecuación de conservación de la masa de un fluido (o ecuación de continuidad), suponiendo que el fluido es incompresible y que la porosidad es constante, es:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_f = 0 \quad (3)$$

Si se considera la extracción o inyección  $q_f$  de un fluido en una o más partes de la reserva, se modifica la ecuación (2) de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\varphi_i \rho_i)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\varphi_i \rho_i \vec{v}_i) = q_f \quad \left[ \frac{kg}{m^3 s} \right] \quad (4)$$

Donde ( $q_f$ ) representa la extracción del fluido si  $q_f < 0$  o una inyección de un fluido si  $q_f > 0$  en una localización específica del acuífero o yacimiento.

### Modelo general del flujo de un fluido y la ecuación de Darcy

En 1822 Claude Louis Naiver, un matemático francés, introdujo las ecuaciones de la influencia de la viscosidad sobre un fluido. En 1845, el matemático y físico británico George Gabriel Stokes encontró las mismas ecuaciones que utilizamos hoy en día. Desde entonces se les llaman las ecuaciones de Naiver-Stokes y son útiles para resolver problemas de fluidos en muchas ramas de la ciencia e ingeniería. Estas ecuaciones han demostrado ser las ecuaciones diferenciales parciales más difíciles provenientes de la física, ya que incorporan efectos de fricción dentro del fluido pero representan de manera más realista la física involucrada. Sin embargo, el uso de estos modelos tiene sus limitaciones; si se requiere hacer el estudio detallado acerca del movimiento del fluido entre los poros de una roca se necesitarían operaciones computacionales abrumadoras, a tal grado que ni siquiera es posible detallar con tal exactitud la extracción de un fluido de un yacimiento geotérmico a escala natural con las computadoras de hoy en día. Ingeniosamente se han creado leyes que, aunque no describen a detalle todo el fenómeno, pueden proveer datos de suma importancia para el estudio. En la mayoría de las situaciones es preferible utilizar una versión clásica y simple para describir la velocidad del flujo en una roca porosa. Esta aproximación macroscópica no considera la geometría real de los poros, sino que representa un promedio del flujo en la roca.

Entre los años 1855 y 1856 el ingeniero Henry Philibert Gaspard Darcy propuso una forma para estudiar el flujo de un fluido sobre un medio poroso. Su ley, llamada Ley de Darcy, es una ecuación basada en el experimento del flujo de agua en un filtro de arena vertical homogéneo que puede ser deducida de las ecuaciones de Naiver-Stokes. La ley de Darcy (1856, citado en Bundschuh y Suárez, 2010) junto con el principio de la conservación de la masa, conforma la ecuación de flujo de agua subterránea, que es una de las bases fundamentales de la hidrología subterránea, comúnmente usada para describir flujos de agua, aceite y gases en los acuíferos y en yacimientos geotérmicos o de hidrocarburos. Esta ley contiene la definición científica de permeabilidad  $k$  que es directamente proporcional a la relación entre la descarga instantánea  $Q_v$  a través de un área seccionada  $A[m^2]$  de un medio poroso, la viscosidad del fluido y la diferencia de presiones  $(p_2 - p_1)$  en una distancia  $L$ .

$$Q_v = -\frac{k_x}{\mu_f} \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} A \left[ \frac{m^3}{s} \right] \quad (5)$$

Dividiendo el área los dos lados de la ecuación obtenemos la siguiente relación:

$$\frac{Q_v}{A} = v_f = -\frac{k_x \Delta p}{\mu_f \Delta x} = -\frac{k_x \partial p}{\mu_f \partial x} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (6)$$

Donde  $v_f$  se le conoce como velocidad de flujo de Darcy, o descarga volumétrica por unidad de área.

La ley de Darcy es una expresión de la conservación del *momentum*. En su forma general para un espacio de tres dimensiones, con un fluido de una sola fase sobre un medio poroso anisotrópico y con el tensor de permeabilidad  $\mathbf{K}$ , se escribe:

$$\vec{v}_f = -\frac{1}{\mu_f} \mathbf{K} \cdot (\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g}) \quad (7)$$

La validez de esta ecuación ha sido mostrada en muchos experimentos en amplios dominios donde existe un flujo (Scheidegger, 1974, citado en Bundschuh y Suárez, 2010).

Para formular la ecuación general del flujo de un fluido subterráneo se utilizan las fórmulas (7) y (4) que es la ecuación de continuidad y la ecuación de Darcy estableciendo que:

$$\frac{\partial(\varphi \rho_f)}{\partial t} - q_f = \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\rho_f}{\mu_f} \mathbf{K} (\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g}) \right) \quad (8)$$

### Flujo hacia un pozo en un acuífero homogéneo e isotrópico

Haciendo uso de la ecuación general (8) se puede describir la ecuación de estado de un fluido ligeramente compresible. No se toman en cuenta los efectos de la gravedad y se asume que un fluido de una fase fluye a través de un acuífero con una compresibilidad pequeña y constante, como el agua o el aceite, y el gradiente de presión es relativamente pequeño. Se considera también que las propiedades del sistema son aproximadamente constantes por lo que usando la propiedad de la conservación de la masa y la ley de Darcy tenemos:

$$\frac{\partial(\varphi \rho_f)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_f \vec{v}) = 0, \quad \vec{v} = \frac{-k}{\mu_f} \vec{\nabla} p \quad (9)$$

Donde  $\mu_f$  es la viscosidad dinámica del fluido. La ecuación que describe compresibilidad del agua isotérmica (Bundschuh y Suárez, 2010) implica:

$$C_f = \frac{-1}{V_f} \left( \frac{\partial V_f}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho_f} \frac{d \rho_f}{d p} \Rightarrow V_f = V_0 e^{-C_f(p-p_0)}, \quad \rho_f = \rho_0 e^{-C_f(p-p_0)} \quad (10)$$

Usando la serie de Taylor y asumiendo que la compresibilidad  $C_f$  es pequeña:

$$\rho_f(p) \approx \rho_0 (1 + C_f(p - p_0)) \quad (11)$$

Utilizando las ecuaciones (10) y (11) en la ecuación general se formula la ecuación clásica de difusión hidráulica:

$$\eta_H = \frac{k}{\varphi \mu_f C_f}, \quad \nabla^2 p = \frac{1}{\eta_H} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (12)$$

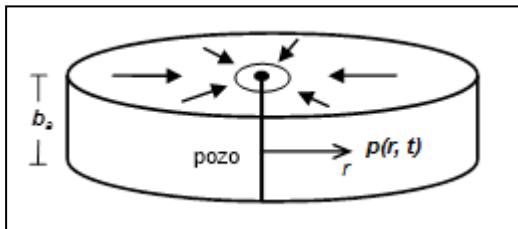


Fig. 1. Flujo radial dentro de un yacimiento.

Donde  $\eta_H$  es el coeficiente de difusión hidráulica. Para estudiar la evolución de un fluido ligeramente compresible se considera el reservorio de agua como un cilindro homogéneo (Figura 1), donde el flujo es radial y el gradiente de presión relativamente pequeño. También se asume que las propiedades del acuífero son aproximadamente constantes por lo que podemos hacer uso de la ecuación (12) en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \eta_H \nabla^2 p \Rightarrow \nabla^2 p = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (13)$$

Asumiendo la simetría sobre todo el reservorio, las componentes verticales y angulares  $\theta$  y  $z$  no tienen ninguna influencia sobre la presión, por lo que las derivadas parciales son cero. Se considera que el radio del acuífero es mucho más grande que el radio del pozo y que la extracción o inyección ocurren en el centro. La velocidad, dada por la ley de Darcy, debe ser igual a la extracción o inyección del fluido en el pozo, es decir  $A_r v_r = Q_v [m^3/s]$  donde  $A_r = 2\pi r b_a$  es el flujo sobre área y  $p_i$  representa la condición inicial de la presión sobre todo el acuífero. El modelo matemático simplificado con las condiciones internas y externas junto con la condición inicial que representa este fenómeno, es:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \eta_H \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\eta_H}{r} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad p(r, t) > 0 \quad (14)$$

$$p(r, 0) = p_i, \quad \forall r \geq 0 \quad (15)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i, \quad \forall t > 0 \quad (16)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{Q_v \mu_f}{2\pi b_a k} \quad (17)$$

Donde la ecuación (15) es la condición inicial y las ecuaciones (16) y (17) son las condiciones de frontera externa e interna respectivamente. Si  $Q_v > 0$ , entonces el fluido está entrando al reservorio, y si  $Q_v < 0$  entonces se está extrayendo el fluido.

Esta ecuación fue el primer intento en desarrollar un modelo matemático capaz de determinar las características de un acuífero y predecir cómo los niveles del agua y la presión cambian durante la extracción del fluido (Theis, 1935; citado en Bundschuh y Suárez, 2010). Su solución es usualmente utilizada por ingenieros que trabajan con petróleo e hidrólogos para el análisis de pruebas de presión en los pozos. También tiene otras aplicaciones además de ser útil en acuíferos subterráneos y reservorios de aceite, e incluso puede ayudar a modelar las propiedades del acuífero (porosidad, permeabilidad, dimensiones del reservorio), lo cual la convierte en una herramienta muy útil.

Cabe mencionar que este primer modelo está basado en fluidos isotérmicos monofásicos. En 1980, Garg (citado en Buntschuh y Suárez, 2010), desarrolló un modelo válido para el flujo de agua en dos fases en yacimientos geotérmicos, asumiendo un pozo en un reservorio muy grande, homogéneo, isotrópico y con un grosor  $b_a$ . La hipótesis fundamental es que el acuífero es inicialmente un sistema de dos fases con una presión y temperatura uniformes. La representación de este fenómeno es totalmente análoga a la ecuación (14) cuyo modelo simplificado es:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \eta_H \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{\eta_H}{r} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad \eta_H = \frac{k}{\varphi \rho_f C_T} \left( \frac{k}{v_f} \right)_T \quad (18)$$

En este modelo,  $C_T$  es la compresibilidad total,  $v_f$  es la viscosidad cinemática y la densidad del fluido  $\rho_f$  puede ser descrita por el modelo de Muskat (1937; citado en Buntschuh y Suárez, 2010) para flujos de dos fases que es derivada de la ley de Darcy. La difusividad hidráulica  $\eta_h$  depende de la movilidad cinemática total  $(k/v)_T = (k/v)_l + (k/v)_v$ , que depende de la temperatura. La condición inicial y sus condiciones de frontera externa e interna respectivamente son:

$$p(r, 0) = p_i, \forall r \geq 0 \quad (19)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, t) = p_i, \forall t > 0 \quad (20)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = -\frac{Q_M}{2\pi b_a} \left( \frac{v_f}{k} \right)_T \quad (21)$$

Nuevamente, si  $Q_M [kg/s] > 0$  el fluido está ingresando al yacimiento, y si  $Q_M [kg/s] < 0$  entonces el fluido se está extrayendo del yacimiento.

## Modelación numérica de sistemas geotérmicos

Para aproximar las soluciones a los modelos anteriores es necesario usar métodos numéricos; en particular se utiliza el método de elementos finitos que proporciona una confiable aproximación a este tipo de sistemas. Se utiliza el programa computacional COMSOL-Multiphysics® que trabaja con este método para obtener los siguientes resultados (Comsol, 2008a).

### - Modelo clásico de Theis

Como primer caso, se considera el estudio del flujo de Darcy utilizando la ecuación (7). Se considera un cilindro por el cual fluye agua en un medio poroso con permeabilidad  $k = 1 \times 10^{-13} m^2$ . Tomando una sección transversal y considerando los efectos de la gravedad, podemos visualizar el flujo de Darcy

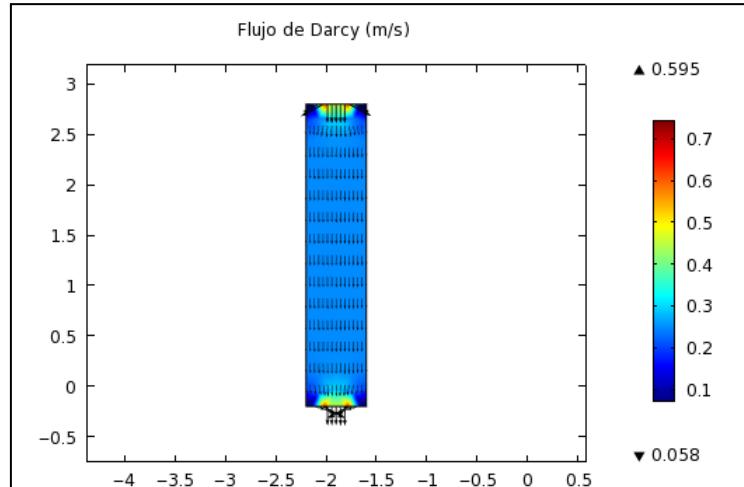


Fig. 2. Flujo de Darcy dentro del corte transversal de un cilindro.

y sus magnitudes para este caso particular (Figura 2). El modelo simple de interés en geotermia para fluidos en una sola fase (Ecuaciones 14-17) se construye asumiendo un reservorio cilíndrico como se observa en la Figura 1. Se considera también la extracción del fluido por medio de un pozo y lo que se estudia es el cambio de la presión del yacimiento de forma radial en el tiempo.

Se considera el reservorio con los siguientes parámetros (Bundschuh y Suárez, 2010): la presión inicial  $p_i = 5$ ,  $T = 30^\circ C$ ,  $C_f = 0.442 \times 10^{-9} Pa^{-1}$ ,  $b_a = 1000 m$ ,  $Qv = -0.2 m^3/s$ ,  $\mu_f = 7.97 \times 10^{-4} Pa.s$ , la permeabilidad del acuífero es  $k = 100 \times 10^{-15} m^2$  y la difusividad hidráulica es  $\eta_H = 62.7 \times 10^{-3} m^2/s$  (ver Figura 3, izquierda) y  $k = 1000 \times 10^{-15} m^2$ ,  $\eta_H = 6.27 \times 10^{-3} m^2/s$  (ver Figura 3, derecha).

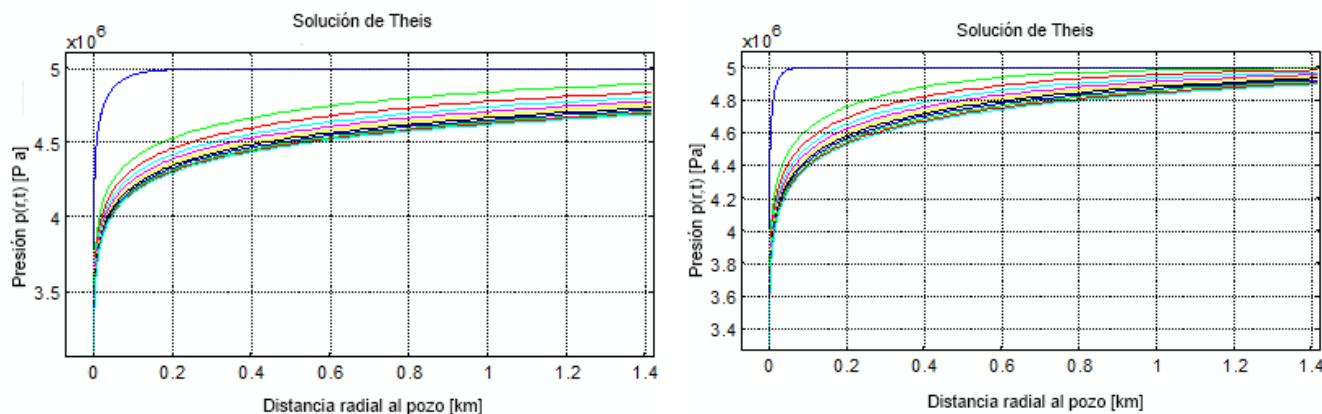


Fig. 3. Izquierda: Solución de Theis para  $k = 100 \times 10^{-15} m^2$  y  $\eta_H = 62.7 \times 10^{-3} m^2/s$ . Derecha: Solución de Theis para  $k = 1000 \times 10^{-15} m^2$  y  $\eta_H = 6.27 \times 10^{-3} m^2/s$

Las presiones se calcularon desde el primer año de extracción hasta los diez años después. Se observa una disminución de la presión en el acuífero desde el pozo de extracción hasta un poco más de un kilómetro.

### - Modelo no-isotérmico de Garg

Para hacer uso del modelo de Garg para fluidos de dos fases se toma en cuenta la densidad y la viscosidad dinámica del fluido (en este caso agua) dependiendo de las condiciones de baja o alta entalpía en el reservorio. Las aproximaciones de las propiedades termodinámicas del agua líquida se asumen como funciones dependientes de  $T$ , para reservorios de baja entalpía ( $150^\circ C < T$ ). Las siguientes correlaciones para reservorios de alta entalpía ( $150^\circ C > T$ ) fueron adaptadas de Bundschuh y Suárez (2010).

Para la densidad del agua en un rango de  $0^\circ C < T < 20^\circ C$ :

$$\rho_0(T) = 1000 \cdot (1 - 8 \times 10^{-6} (T - 3.98)^2) \quad (22)$$

La densidad del agua en un rango de  $20^\circ C < T < 300^\circ C$  es aproximada por la ecuación:

$$\rho_1(T) = 996.9(1 - 3.17 \times 10^{-4}(T - 25.) - 2.56 \times 10^{-6}(T - 25.)^2) \quad (23)$$

La viscosidad dinámica del agua se aproxima como función de la temperatura por las ecuaciones:

$$\mu_0(T) = 10^{-3} \left(1 + 0.015512(T - 20.)\right)^{-1.572}, \quad 0^{\circ}\text{C} \leq T \leq 100^{\circ}\text{C} \quad (24)$$

$$\mu_1(T) = 241.4 \times 10^{-7} \times 10^{\frac{247.8}{T+133.15}}, \quad 100^{\circ}\text{C} \leq T \leq 350^{\circ}\text{C} \quad (25)$$

Por lo que la viscosidad cinemática del fluido simplemente la podemos calcular como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (26)$$

De igual manera que en el caso anterior, se considera el yacimiento como un cilindro de espesor  $b_a$ . Se considera la sección circular tomada desde la parte superior del reservorio (Figura 4), en cuyo centro se encuentra el pozo de extracción o de inyección.

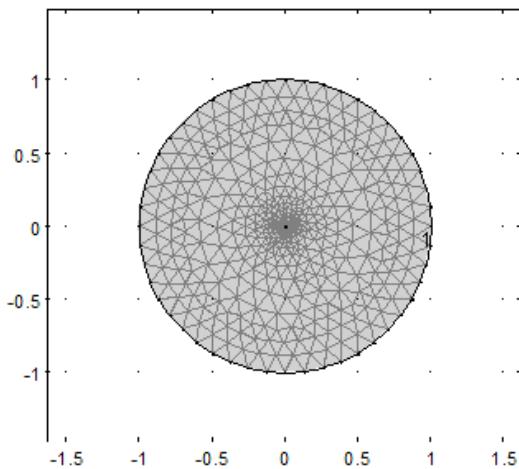


Fig. 4. Sección superior del modelo del yacimiento.

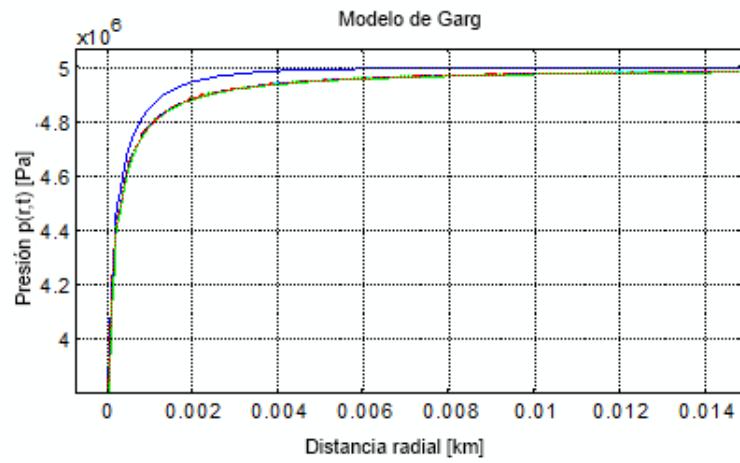


Fig. 5. Presión obtenida del modelo de yacimiento en dos fases hasta 90 días.

Se considera el reservorio con los siguientes parámetros para este modelo: la presión inicial  $p_i = 50 \text{ bar}$ ,  $T = 150^{\circ}\text{C}$ ,  $C_T = 7.3 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ ,  $b_a = 1.469 \text{ m}$ ,  $Qm = -0.1 \text{ kg/s}$ ,  $\varphi = .15$  y  $k = .026 \text{ mD}$

Utilizando las fórmulas (18-21) y (22-25) obtenemos el resultado que se presenta de manera gráfica en la Fig. 5. Se observa una diferencia en el comportamiento de la presión en el reservorio con respecto al modelo anterior (Fig. 3), ya que al principio esta disminuye pero después de un tiempo se mantiene estable. Cabe mencionar que los parámetros utilizados fueron tomados de Bundsuh y Suárez (2010) con referencias a yacimientos reales.

## Modelos más avanzados de flujo

Con la ayuda del software de elementos finitos COMSOL-Multiphysics® (Comsol, 2008a,b,c) podemos resolver problemas más complejos de ingeniería de yacimientos geotérmicos desde el nivel microscópico usando las complejas ecuaciones de Naiver-Stokes o sistemas de mayor escala como el flujo dentro de un pozo multilateral, e incluso sistemas complejos de transferencia de calor en un reservorio.

### - Modelo 1. Pozo multilateral

El siguiente ejemplo analiza las deformaciones dentro de un pozo multilateral (adaptado de Comsol, 2008b).

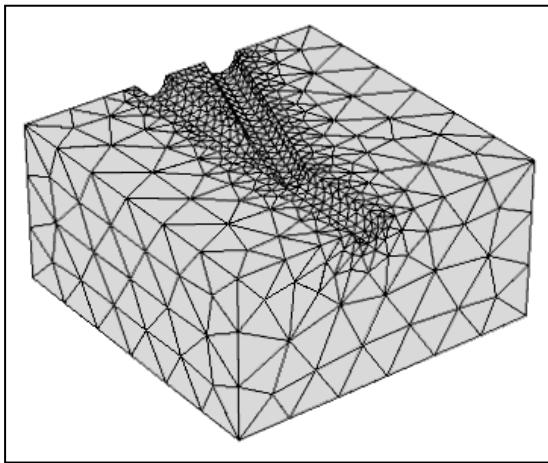


Fig. 6. Modelo de un pozo multilateral.

La aproximación poroelástica que se maneja representa un modelo de un flujo sobre un medio poroso y las deformaciones que permiten analizar si existe algún riesgo de colapso cerca del pozo abierto. Los pozos multilaterales pueden producir de manera eficiente, pero son bastante más costosos que los pozos convencionales y presentan un alto riesgo de colapso sea durante la perforación o ya con el pozo en plena producción. Este modelo examina la estabilidad mecánica de un pozo abierto conectado a varios canales durante la extracción de un fluido utilizando simulaciones poroelásticas junto con el criterio de colapso de Coulomb. Los datos de la Figura 6 son propiedad de TerraTek, que contiene datos de la roca y del pozo.

Las simulaciones poroelásticas estiman la compacidad en 3D relacionada a la extracción del fluido tomando en cuenta el flujo sobre la superficie junto con la ley de Darcy y mezclándolo con el desplazamiento de la estructura. El modelo se concentra en los desplazamientos elásticos por el cambio de presión del fluido cuando el pozo empieza a producir, y los resultados de la simulación muestran las condiciones en las que el pozo dejaría de producir.

### - Modelo 2. Flujo microscópico

Para los modelos de flujo sobre un medio poroso microscópico se utilizan las ecuaciones de Navier-Stokes para obtener directamente la velocidad y el flujo del fluido dentro de los poros. La región que se presenta simulada (Figura 7) corresponde a imágenes reales obtenidas por medio de un microscopio electrónico de barrido, habiéndose establecido las ecuaciones y condiciones necesarias para representar de forma computacional el comportamiento del fluido dentro de un medio poroso (adaptado de Comsol, 2008c).

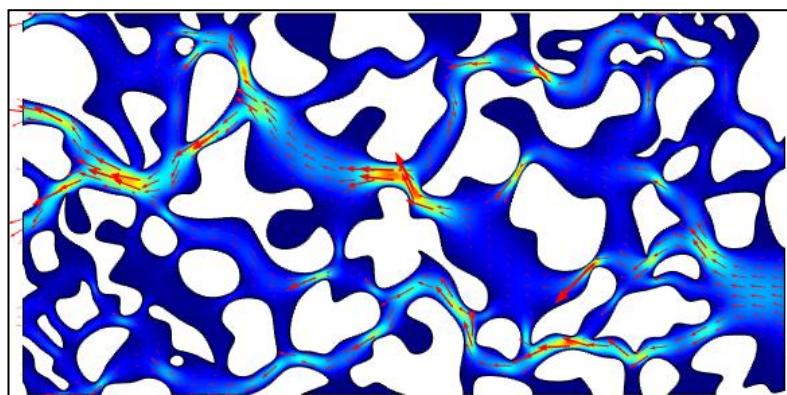


Figura 7: Ecuaciones de Navier-Stokes en un medio poroso.

### - Modelo 3. Medios heterogéneos

La ecuación general del transporte de calor por medio de un fluido moviéndose en un medio cualquiera puede modelarse con la ecuación mencionada anteriormente:

$$\vec{q}_t = -\vec{k}_t \nabla T + c_p \rho \vec{v} \quad (27)$$

Donde  $\vec{q}_t$  es el vector de flujo,  $\mathbf{k}_t$  es el tensor de conductividad térmica del material por donde fluye el calor,  $T$  es el campo de temperatura,  $c_p$  es la capacidad calorífica del fluido,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $\vec{v}$  es el flujo de Darcy. Este modelo numérico, también basado en elementos finitos, permite el estudio del comportamiento acoplado a los fenómenos físicos de transporte de fluidos en medios porosos, considerando diferentes tipos de roca y agua en fase líquida. Con base en las especificaciones de los estudios realizados y en las propiedades físicas de los materiales considerados en el estudio del aporte de los complejos volcánicos Planchón-Peteroa y Descabezado Grande-Quizapu-Azul al sistema hidrotermal asociado al complejo de la Caldera Calabozos, en Chile, se obtuvieron los siguientes resultados graficados en la Fig. 8 (Matías y Gutiérrez, 2010).

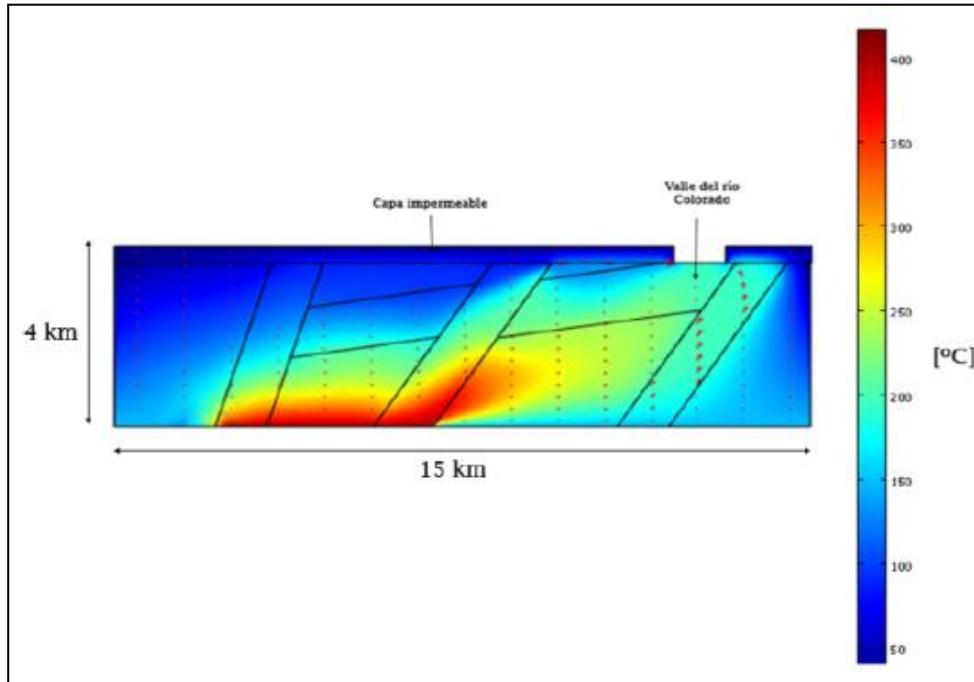


Fig. 8. Resultado del transporte de fluido y calor. Las minúsculas flechas rojas muestran la dirección del flujo.

fluidos geotérmicos (Matías y Gutiérrez, 2010).

## Conclusiones

Con la ayuda de los elementos finitos como herramienta computacional numérica, es posible estudiar más a fondo los yacimientos geotérmicos. La necesidad de datos reales de los acuíferos es una pieza fundamental para un modelo más preciso y para predecir el comportamiento a futuro del reservorio. Sin embargo, incluso cuando no se cuenta con los datos necesarios (como ocurre con frecuencia), se puede generar con el modelo en computadora una enorme gama de situaciones no observadas que pueden ser útiles al momento del estudio. Los elementos finitos pueden ser acoplados fácilmente a procesos multifísicos, donde un reservorio puede estar conformado por muchos tipos de rocas o material poroso con diferentes propiedades y geometrías. Se pueden obtener resultados incluso de situaciones muy específicas según sea el objeto de interés de estudio. Por ejemplo, el análisis del comportamiento de un pozo multilateral provee estimaciones sobre el cambio de presión producto de la producción del pozo y súbitas caídas en la presión por la deformación del medio. También es posible estudiar el flujo a escala microscópica en un medio poroso o incluso el transporte de calor dentro de una compleja red de

El origen de las aguas termales en esa zona es el siguiente: (i) Circulación somera y profunda de aguas meteóricas calentadas por cámaras magmáticas someras (4 km). (ii) Zonas de alta permeabilidad, asociadas a fallas inversas activas. (iii) Percolación de aguas meteóricas que alcanzan profundidades de hasta 4 km. Hay procesos como interacción agua-roca, absorción de vapores magmáticos, calentamiento conductivo y convectivo, ebullición y dilución, los cuales dejan una impronta química y física característica en los

sistemas macroscópicos con diferentes tipos de propiedades y materiales. Todo ello puede ser modelado con este riguroso y potente método numérico.

## Referencias

- Bundschuh, J. and Suárez, M.C. 2010. *Introduction to the Numerical Modeling of Groundwater and Geothermal Systems: Fundamentals of Mass, Energy and Solute Transport in Poroelastic Rocks*, Vol. 2. CRC Press, Taylor & Francis Group, 525 p.
- Comsol, 2008a. *COMSOL Multiphysics® software and User's Guide*, version 3.5a. COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- Comsol, 2008b. *Earth Science Module User's Guide version 3.5a*. COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- Comsol, 2008c. *Pore-scale flow solved with COMSOL Multiphysics® 3.5a*. COMSOL AB, Stockholm, Sweden.
- Matías-Benavente, O., y F.J. Gutiérrez, 2010. Actividad hidrotermal asociada a los complejos volcánicos Planchón-Peteroa y Descabezado Grande-Quizapu-Cerro Azul, 36° y 37°S, zona volcánica sur, Chile. Disponible en: [http://www.cybertesis.uchile.cl/tesis/uchile/2010/cf-benavente\\_oz/pdfAmont/cf-benavente\\_oz.pdf](http://www.cybertesis.uchile.cl/tesis/uchile/2010/cf-benavente_oz/pdfAmont/cf-benavente_oz.pdf).