

## La invasión de fluidos geotérmicos en yacimientos de hidrocarburos

Mario César Suárez Arriaga

Facultad de Ciencias, Universidad Michoacana, Edificio B, Ciudad Universitaria (UMSNH), 58060

Morelia, Mich., México, Email: [msuarez@umich.mx](mailto:msuarez@umich.mx), web page:

<http://coedudis.cedumich.org.mx/msuarez/>

### Resumen

Se reportan reservorios de aceite situados en la costa del Golfo de México que están siendo invadidos por salmuera geotérmica con una temperatura de 150° C, produciendo una mezcla variable de agua caliente y aceite. El agua de un acuífero, a 6000 metros de profundidad, fluye verticalmente por fallas conductivas. Estas condiciones no isotérmicas afectan las saturaciones efectivas y las permeabilidades relativas de las fases inmiscibles. Las viscosidades dinámicas del agua y del aceite disminuyen, afectando el desplazamiento de ambos fluidos. Los pozos estudiados producen en la zona saturada de aceite, arriba del acuífero, pero el volumen total de agua producida puede igualar o exceder al del petróleo. La presencia de esta agua deviene entonces un serio problema práctico. Hemos creado un modelo numérico original, capaz de predecir el gasto crítico para el cual los pozos empiezan a ser invadidos por salmuera geotérmica. El modelo está constituido por una sola ecuación en derivadas parciales, parabólica no lineal, función de la saturación del agua, del espacio tridimensional y del tiempo, y puede incluirse también una fase gaseosa. Con ella, se establece una generalización del resultado clásico isotérmico de Buckley-Leverett en una dimensión. El modelo se resuelve numéricamente empleando el método de Elementos Finitos sobre una malla no estructurada. Se reproduce el efecto histórico de la invasión de agua observado en algunos casos críticos. Luego de cierto tiempo de extracción con ambas fases estables, puede ocurrir una invasión súbita de salmuera con disminución abrupta del volumen de aceite producido. El objetivo inmediato es optimizar el gasto para que el pozo produzca una mezcla estable agua-aceite donde el aceite predomine siempre.

*Palabras clave:* Agua intersticial, conificada, gasto crítico, salmuera geotérmica, modelado numérico, elementos finitos.

### 1. Introducción

La producción de petróleo junto con agua conificada es inevitable y un fenómeno común en reservorios de aceite y gas. Esta agua no tiene utilidad práctica y es desechable, aunque su operación resulta, en general, bastante costosa. En la revista *Oilfield Review* se reportó en 2004 que sólo en los EUA son extraídos, en promedio, 10 barriles (1.6 m<sup>3</sup>) de agua por cada barril de aceite (Arnold *et al.*, 2004). En el mundo se producen 3 barriles de agua por cada uno de aceite. El costo de disponer de esta agua es estimado entre 5 y 10 mil millones de dólares en EUA y aproximadamente en 40 mil millones de dólares en el mundo entero. Aun usando las técnicas de disposición más avanzadas, esa agua puede representar hasta el 90% del volumen de líquidos en superficie, impactando seriamente la factibilidad comercial del campo. Debido a su nula utilidad comercial, esta agua se debe reinyectar al yacimiento para tratar de mantener la presión del reservorio. Otro uso futuro es su tratamiento para potabilizarla e inyectarla en las redes hidráulicas de ciudades cercanas al campo petrolero (Arnold *et al.*, 2004).

En particular, en campos de aceite en etapa de explotación avanzada, el volumen total de agua extraída excede a la producción de petróleo. Bajo condiciones estrictas de protección ambiental, por ejemplo en

reservorios del Ártico (Pedersen and Christensen, 2006) o en el Mar del Norte, la concentración de aceite en el agua hace necesario su tratamiento y limpieza antes de regresar el agua sobrante al mar. La miscibilidad agua-aceite es casi insignificante y, de hecho, se considera nula en este trabajo. Pero el efecto de la presencia de la fase agua en mezclas de gas-hidrocarburos puede ser muy importante. Esta agua contiene sales disueltas, por eso se le llama salmuera, las cuales tienen influencia notable en el comportamiento físico de los fluidos en el yacimiento. Las sales afectan la solubilidad mutua del agua y el hidrocarburo, pues decrecen la solubilidad del gas en el agua. A la escala de poros y fisuras, la salmuera intersticial influye en la mojabilidad y en la saturación irreducible del agua en el sistema, lo cual afecta la permeabilidad relativa de las fases presentes (Pedersen and Christensen, 2006).

### **Acuífero geotérmico bajo el Activo Bellota-Jujo en Tabasco**

Existen zonas geotérmicas relacionadas con yacimientos de hidrocarburos en distintas partes del mundo. La presencia de agua intersticial caliente en los poros altera varios parámetros del reservorio. Las condiciones no isotérmicas afectan las saturaciones efectivas y las permeabilidades relativas de las fases inmiscibles. La permeabilidad relativa del aceite se incrementa por el aumento de temperatura que causa el agua geotérmica. Al mismo tiempo las viscosidades dinámicas del agua y del aceite disminuyen, afectando el desplazamiento de ambos fluidos. El Activo Bellota-Jujo, de PEMEX, situado en la costa sur del Golfo de México (Fig. 1), es un ejemplo notable de este tipo de procesos acoplados. El yacimiento Puerto Ceiba, que es parte de este Activo, se encuentra asociado a un acuífero profundo, por lo cual contiene agua salobre e hidrocarburos. El agua en este reservorio fluye verticalmente hacia algunos pozos, a través de fallas conductivas, las cuales conectan la zona de aceite con acuífero profundo situado a 6000 metros bajo la superficie del campo.

El agua del acuífero es una salmuera geotérmica a temperatura de 150° C, con una densidad de 1150 kg/m<sup>3</sup>. Los pozos de Puerto Ceiba son productores de aceite, pero algunos actualmente están invadidos por salmuera, produciendo una mezcla variable de agua y aceite. A pesar de que el aceite se produce en pozos terminados arriba del contacto agua-aceite (CAA), el volumen total de agua producida iguala o excede, en algunos casos, a la producción de aceite. El efecto de la invasión de agua, aunada a la extracción de aceite, produce una disminución paulatina del volumen original del aceite y un desplazamiento vertical de la frontera CAA. El efecto local a corto plazo origina que el pozo produzca cada vez más agua hasta ser totalmente invadido. El manejo de esta agua en la formación se convierte entonces en un serio problema práctico que le cuesta millones de pesos a la empresa cada año.

### **Descripción del proyecto de ingeniería para el Activo Bellota-Jujo**

La comprensión y modelado del mecanismo de invasión de agua en pozos productores de aceite es el principal objetivo de este trabajo de investigación. Este proyecto está siendo realizado en forma conjunta por la Facultad de Ciencias de la UMSNH, el área de Ingeniería petrolera de la DEPI – UNAM y por el Dpto. Diseño de Explotación, PEMEX Exploración y Producción en Comalcalco, Tabasco (Suárez *et al.*, 2006). El objetivo central del proyecto es el desarrollo y construcción de un modelo matemático para realizar estudios numéricos confiables sobre este fenómeno. La meta principal de la investigación es la comprensión del mecanismo de invasión de agua y el cálculo del gasto crítico en pozos productores de aceite para el cual la invasión empieza a ocurrir. El modelo debe permitir predecir con mucha precisión este gasto crítico para poder reducir a tiempo los gastos de los pozos, maximizando su vida productiva.

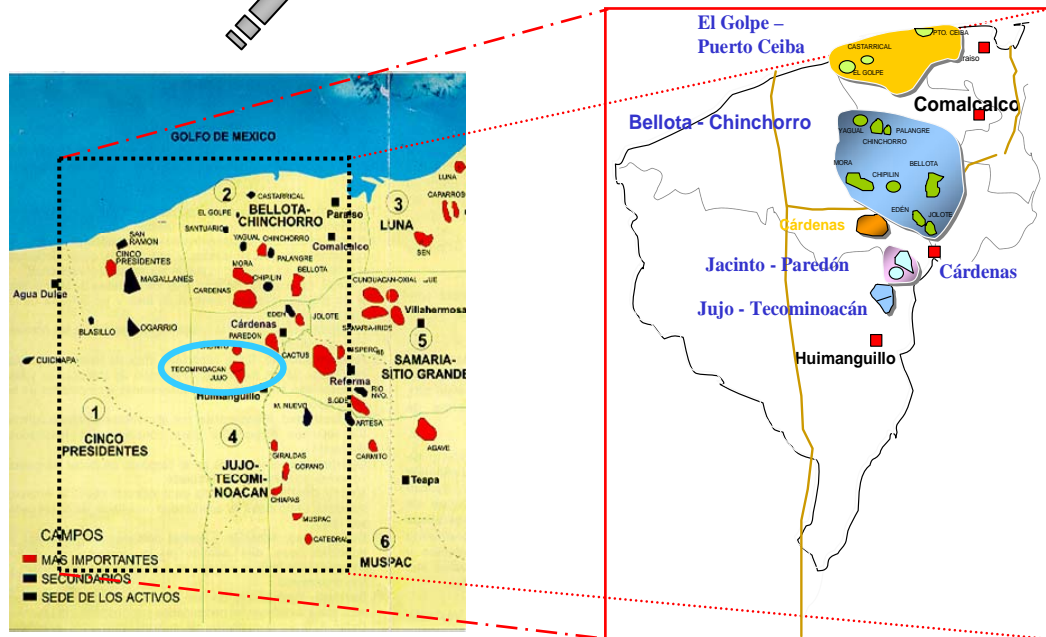


Figura 1. Localización geográfica del Activo Bellota – Jujo, de PEMEX.

En este trabajo se desarrolla un modelo numérico original, capaz de predecir gastos críticos máximos bajo los cuales los pozos pueden ser invadidos total o parcialmente por salmuera geotérmica. Para la construcción del modelo aplicamos a ambas fases la ley de Darcy y la ecuación de continuidad. Usando fórmulas estándar para las permeabilidades relativas y para la presión capilar, suponemos constantes porosidad y permeabilidad de la roca, viscosidades y densidades de ambas fases. Así se obtiene una ecuación transitoria en derivadas parciales parabólica no lineal, dependiente solo de la saturación del agua. Esta a su vez depende del espacio y del tiempo. Resolviendo la ecuación por Elementos Finitos obtenemos sucesivamente saturaciones, permeabilidades relativas y presión capilar. Esto posibilita enseguida el cálculo de velocidades y presiones de cada fase.

## 2. Formulación del problema

### Descripción general

El agua se encuentra presente en todas las etapas de la vida del campo petrolero, desde la exploración hasta el abandono del campo, pasando por el desarrollo y producción del mismo. Cuando se extrae petróleo del yacimiento, tarde o temprano el agua proveniente del acuífero se mezcla y es producida junto con el petróleo. En algunos casos de pozos en el Activo Bellota-Jujo, el volumen total de agua producida iguala o excede a la producción de aceite. El manejo de esta agua en la formación se convierte entonces en un serio problema.

La presencia de agua intersticial en los poros afecta a varios parámetros del reservorio: las saturaciones efectivas de aceite y agua, la mojabilidad de la roca porosa, la permeabilidad relativa de cada fase y hasta la misma química de los aceites producidos. El proceso de ingreso de agua conforme el pozo produce aceite puede ocurrir en forma lateral o desde el fondo de la zona de extracción o en ambas direcciones. Abajo de los pozos así invadidos en el Activo Bellota-Jujo hay un acuífero profundo subyaciendo al yacimiento de hidrocarburos y, por consiguiente, el flujo de agua es esencialmente vertical.

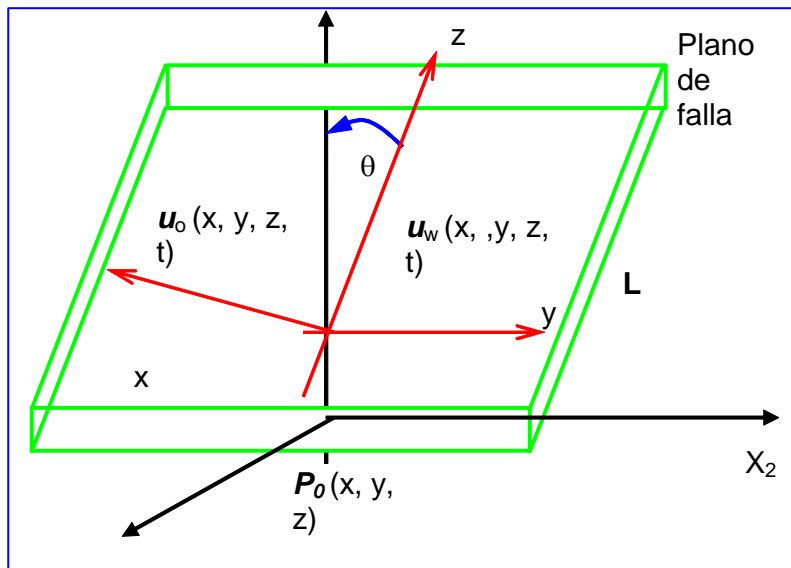


Fig. 2. Esquema del medio poroso donde ocurre el flujo simultáneo de agua y aceite.

En estas condiciones, el mecanismo principal del flujo de agua es causado por la elasticidad y compresibilidad de la roca y la consiguiente expansión del acuífero que acompaña a la extracción de aceite. Esta produce una disminución de la presión del yacimiento en zonas profundas. El efecto de la invasión de agua, aunada a la extracción, produce una disminución paulatina del volumen original del aceite, acompañada del desplazamiento hacia arriba de la frontera de contacto CAA entre el aceite y el agua (Fig. 2).

El efecto local a mediano o corto

plazo es que el pozo irá produciendo cada vez más agua hasta ser totalmente invadido con su gasto cercano al 100% de agua. El efecto global a largo plazo es que todos los pozos de la zona productora produzcan sólo agua o una mezcla agua-aceite donde el gasto de agua predomine. La frontera original del contacto entre el aceite y el agua puede ser un plano o una curva suave y continua. Pero al darse el efecto de invasión de agua, esta curva llegará a ser de una gran complejidad, caracterizada por pendientes abruptas en las zonas de pozos con mayor conificación de agua. Otros efectos paralelos son estructurales y provocados por la diferencia de compresibilidades actuantes. La compresibilidad del agua es menor que la del aceite (de 1 a 25 veces menor), mientras más ligero, mayor es esta diferencia. En cambio, las compresibilidades del agua y de la roca son muy similares.

### **Posibles efectos de la temperatura**

Las viscosidades del agua y del aceite se reducen por el efecto de incremento de temperatura. Por consiguiente esta variable puede afectar el desplazamiento de ambos fluidos en procesos de recuperación térmica. En cambio la permeabilidad absoluta de la roca tiene una tendencia clara a disminuir de valor a mayor temperatura. Lo mismo ocurre con la porosidad debido a la expansión de la matriz (Suárez *et al.*, 2006). En cuanto a las permeabilidades relativas, hay evidencia experimental de la variación de este parámetro con la temperatura. Por ejemplo Passmore y Archer (1985) reportan un incremento significativo de la permeabilidad relativa del aceite al aumentar la temperatura. Se acepta comúnmente que la saturación residual del aceite disminuye, sobre todo la de aceites pesados, y que la saturación irreducible del agua aumenta con el incremento de temperatura.

### **Hipótesis e información disponible**

El agua en la formación tiene un comportamiento distinto a los hidrocarburos, pues se comporta como si tuviera un peso molecular mayor al que tiene en realidad de 18. Este comportamiento se debe a que las fuerzas intra-moleculares del agua son mas intensas que las del petróleo. Debido a tensiones superficiales, una gran cantidad de aceite queda atrapada en los poros, predominando la movilidad del agua de invasión. Mientras más pesado y viscoso sea el aceite, la movilidad del agua dominará más en la mezcla inmiscible de ambos fluidos. Este fenómeno es descrito por el comportamiento del gasto total  $q = q_w + q_o$  y por el cociente de gastos:  $q_w/q_o = \lambda_w/\lambda_o > 1$  ( $\lambda_j = \kappa_j/\mu_j$  es la movilidad de la fase,  $\kappa_j$  su permeabilidad y  $\mu_j$  su viscosidad dinámica,  $j = w, o$ ). Si el gasto del pozo es muy alto, el fluido producido sería predominantemente agua. Sea  $B_w = \rho_{ws}/\rho_{wR}$  el factor de volumen del agua en la formación (densidad del agua a condiciones estándar entre densidad del agua a condiciones de yacimiento). Este factor representa el cambio o expansión que sufre el volumen del agua entre el yacimiento y la superficie del campo. Como esta expansión es pequeña, supondremos que  $B_w \approx 1$ . Se dispone de la siguiente información:

- El agua invade el reservorio de aceite a través de una falla que corta un acuífero el cual se encuentra a 6000 m de profundidad y tiene una temperatura de 150° C.
- El acuífero y el yacimiento de aceite forman un sistema geológico único, acotado en todas sus fronteras por rocas impermeables conformando un volumen isotérmico.
- El agua proviene del acuífero profundo, el cual cede agua al yacimiento en respuesta a variaciones de presión en la frontera CAA de contacto agua-aceite.
- El aceite se produce en pozos terminados arriba del acuífero. El flujo es en dos fases solamente: agua (w) y aceite (o). La Ley de Darcy es válida en ambas fases.

- Son aplicables fórmulas estándar para las permeabilidades relativas.
- Las permeabilidades relativas y la presión capilar sólo dependen de las saturaciones.
- Son constantes los siguientes parámetros: Permeabilidad de la roca, viscosidades y densidades de ambas fases.

### 3. Datos de campo

#### Información de campo requerida para el problema:

- La presión inicial y la variación de la presión promedio del yacimiento, medida en varios intervalos de tiempo una vez empezada la extracción de aceite.
- El volumen inicial del agua en el acuífero y el volumen inicial de aceite.
- La profundidad inicial del contacto agua – aceite y la profundidad total del yacimiento.
- La cantidad total de aceite y agua producidos, medida a la presión atmosférica local y en cada intervalo de tiempo con producción continua.
- Datos de temperatura (el acuífero está a 150° C y a 6000 m de profundidad).
- La saturación residual del agua  $S_{wi}$  y su distribución en el reservorio.
- Salinidad, densidad y porcentaje de Agua producida, historia de producción.
- Mediciones de laboratorio sobre el comportamiento de la presión capilar.
- Tres puntos que relacionen permeabilidades relativas con la saturación de agua.

Esta última puede estimarse de curvas de capilaridad por drenaje. Una fórmula fundamental es:

$$P_c(S_w) = h_c \Delta \rho g, \Delta \rho = \rho_w - \rho_o, g = 9.8 m/s^2 \quad (1)$$

Donde  $h_c$  es la altura sobre el plano de presión capilar  $P_c = 0$ . Esta superficie (Fig. 2) es la frontera de contacto aceite-agua (CAA), con  $S_w = 1$ ,  $S_o = 0$ . La zona de transición es donde coexisten ambas fases inmiscibles. La saturación residual del agua  $S_{wi}$  se alcanza en el punto del reservorio donde  $S_o = 1$ .

### 4. Modelo general tridimensional

En el problema se considera el flujo simultáneo de dos fluidos inmiscibles, aceite y agua, en un medio poroso en tres dimensiones. En este contexto, los subíndices para referir a dichos fluidos se tomarán respectivamente como agua (w), aceite (o).

#### Ecuaciones básicas

- La Ley de Darcy en 3D para cada una de las dos fases.
- Las ecuaciones de continuidad en cada una de las dos fases
- Saturaciones:  $S_w + S_o = 1$ . Presión Capilar:  $P_c(S_w) = p_o - p_w$ :

$$\vec{v}_i = -\frac{\mathbf{K} k_{ri}}{\mu_i} (\vec{\nabla} p_i - \rho_i \vec{g} \cos \theta), \quad \vec{v}_i = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}; \quad i = w, o \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_i) + \phi \frac{\partial S_i}{\partial t} = 0; \quad S_w + S_o = 1$$

### Flujo de aceite (o) y agua (w) en 3D

En el sistema de referencia indicado en la Figura 2, el flujo inmisible de aceite y agua ocurre en un plano del medio poroso a través de una falla inclinada, formando un ángulo  $\theta$  entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  con la vertical  $X_3$ , es decir  $\theta = (\text{Oz}, \text{OX}_3)$ . Los fluidos ingresan a la falla desde la formación por  $P_0$  a una distancia  $h$  y a velocidad constante  $u_o(x,y,z,0) = u_o^0$  y  $u_w^0 = u_w(x,y,z,0)$  respectivamente. Las coordenadas  $(x, y, z)$  representan la dirección vectorial del flujo de ambos fluidos en el dominio ocupado por la formación que contiene a la falla productora.

### Desarrollo del Modelo en 3D

Empleando las hipótesis y variables adecuadas, el procedimiento de construcción del modelo tridimensional es muy similar a la construcción del modelo en dos dimensiones. Por motivos prácticos de simplificar la escritura de las ecuaciones defino las siguientes variables:

$$\begin{aligned} \vec{v}_w &= \vec{w} && \text{velocidad darciana del agua.} \\ \vec{v}_o &= \vec{v} && \text{velocidad darciana del aceite.} \\ \vec{u} &= \vec{w} + \vec{v} && \text{velocidad total de fases.} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{es decir: } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_x + v_x \\ w_y + v_y \\ w_z + v_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

Considerando las ecuaciones de continuidad y dado que las densidades de las fases son constantes, sumando ambas ecuaciones:

$$\rho_w \vec{\nabla} \cdot \vec{w} + \phi \rho_w \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0; \quad \rho_o \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \phi \rho_o \frac{\partial S_o}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{w} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{v} + \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{w} + \vec{v}) + \phi \frac{\partial}{\partial t} (S_w + S_o) = 0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{w} + \vec{v}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0; \quad (\text{pues: } S_w + S_o = 1) \quad (8)$$

La velocidad total es la suma de velocidades de ambas fases, y como la velocidad inicial total es constante se deduce que, al fluir juntos ambos fluidos:

$$\vec{u}(t_0) = \vec{u}_0 = \vec{u} \Rightarrow \vec{u} = \text{constante}; \quad (9)$$

En general podemos considerar el medio como anisotrópico y definir el tensor de permeabilidad absoluta como la matriz constante:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

La Ley de Darcy para cada fase se reescribe así:

$$\vec{w} = -\frac{k_{rw}}{\mu_w} \mathbf{K} (\vec{\nabla} p_w - \rho_w g \vec{\nabla} D) = -\lambda_w \begin{pmatrix} k_x \partial_x p_w \\ k_y \partial_y p_w \\ k_z \partial_z p_w - k_z \rho_w g \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\vec{v} = -\frac{k_{ro}}{\mu_o} \mathbf{K} (\vec{\nabla} p_o - \rho_o g \vec{\nabla} D) = -\lambda_o \begin{pmatrix} k_x \partial_x p_o \\ k_y \partial_y p_o \\ k_z \partial_z p_o - k_z \rho_o g \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$(13)$$

$$\text{las pseudo-movilidades son: } \lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w}; \quad \lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o}; \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_w} + \frac{1}{\lambda_o}$$

De estas ecuaciones se despejan los gradientes de presión ( $\lambda$  es el inverso de la movilidad total):

$$\vec{\nabla} p_w = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_w}{\partial x} \\ \frac{\partial p_w}{\partial y} \\ \frac{\partial p_w}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{w_x}{\lambda_w k_x} \\ -\frac{w_y}{\lambda_w k_y} \\ -\frac{w_z}{\lambda_w k_z} + \rho_w g \cos \theta \end{pmatrix}; \quad \vec{\nabla} p_o = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_o}{\partial x} \\ \frac{\partial p_o}{\partial y} \\ \frac{\partial p_o}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{v_x}{\lambda_o k_x} \\ -\frac{v_y}{\lambda_o k_y} \\ -\frac{v_z}{\lambda_o k_z} + \rho_o g \cos \theta \end{pmatrix} \quad (14)$$

Definimos las siguientes variables auxiliares, las cuales permiten calcular las seis componentes de las velocidades de cada fase por medio de las velocidades fraccionarias:

$$\begin{aligned} u_x = w_x + v_x &\Rightarrow 1 = \frac{w_x}{u_x} + \frac{v_x}{u_x} = f_x + g_x \\ u_y = w_y + v_y &\Rightarrow 1 = \frac{w_y}{u_y} + \frac{v_y}{u_y} = f_y + g_y \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} u_z = w_z + v_z &\Rightarrow 1 = \frac{w_z}{u_z} + \frac{v_z}{u_z} = f_z + g_z \quad \text{que equivalen a :} \\ w_x = u_x f_x; \quad w_y = u_y f_y; \quad w_z = u_z f_z; \\ v_x = u_x - u_x f_x; \quad v_y = u_y - u_y f_y; \quad v_z = u_z - u_z f_z \end{aligned} \quad (16)$$

En términos de las velocidades fraccionarias se calcula el gradiente de la presión capilar:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} p_c &= \vec{\nabla} p_o - \vec{\nabla} p_w = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{w_x}{\lambda_w k_x} - \frac{v_x}{\lambda_o k_x} \\ \frac{w_y}{\lambda_w k_y} - \frac{v_y}{\lambda_o k_y} \\ \frac{w_z}{\lambda_w k_z} - \frac{v_z}{\lambda_o k_z} + (\rho_o - \rho_w) g \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{u_x f_x}{\lambda_w k_x} - \frac{u_x - u_x f_x}{\lambda_o k_x} \\ \frac{u_y f_y}{\lambda_w k_y} - \frac{u_y - u_y f_y}{\lambda_o k_y} \\ \frac{u_z f_z}{\lambda_w k_z} - \frac{u_z - u_z f_z}{\lambda_o k_z} + (\rho_o - \rho_w) g \cos \theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

Es decir:

$$\vec{\nabla} p_c = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_c}{\partial x} \\ \frac{\partial p_c}{\partial y} \\ \frac{\partial p_c}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{u_x f_x}{\lambda k_x} - \frac{u_x}{\lambda_o k_x} \\ \frac{u_y f_y}{\lambda k_y} - \frac{u_y}{\lambda_o k_y} \\ \frac{u_z f_z}{\lambda k_z} - \frac{u_z}{\lambda_o k_z} + (\rho_o - \rho_w) g \cos \theta \end{pmatrix} \quad (18)$$

Arreglando algebraicamente cada componente de este vector gradiente se despejan las tres componentes de  $\mathbf{f}(S_w) = (f_x, f_y, f_z)$ . Obteniendo finalmente una ecuación en derivadas parciales que depende únicamente de la saturación del agua. También puede obtenerse directamente una EDP para la saturación del aceite:

$$f_x = \frac{\lambda k_x}{u_x} \left[ \frac{d p_c}{d S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} + \frac{u_x}{\lambda_o k_x} \right] = \frac{\lambda k_x}{u_x} \frac{d p_c}{d S_w} \frac{\partial S_w}{\partial x} + \frac{\lambda}{\lambda_o} \quad (19)$$

$$\leftarrow F_x \rightarrow$$

$$f_y = \frac{\lambda k_y}{u_y} \left[ \frac{d p_c}{d S_w} \frac{\partial S_w}{\partial y} + \frac{u_y}{\lambda_o k_y} \right] = \frac{\lambda k_y}{u_y} \frac{d p_c}{d S_w} \frac{\partial S_w}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda_o} \quad (20)$$

$$\leftarrow F_y \rightarrow$$

$$f_z = \frac{\lambda k_z}{u_z} \left[ \frac{d p_c}{d S_w} \frac{\partial S_w}{\partial z} + \frac{u_z}{\lambda_o k_z} + (\rho_w - \rho_o) g \cos \theta \right] = \quad (21)$$

$$= \frac{\lambda k_z}{u_z} \frac{d p_c}{d S_w} \frac{\partial S_w}{\partial z} + \frac{\lambda k_z}{u_z} (\rho_w - \rho_o) g \cos \theta + \frac{\lambda}{\lambda_o} \quad (22)$$

$$\leftarrow F_z \rightarrow \quad \leftarrow G_z \rightarrow$$

$$\text{donde: } \frac{\lambda}{\lambda_o} = \frac{\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_o}{\lambda_w}} = \left( 1 + \frac{k_{ro}}{k_{rw}} \frac{\mu_w}{\mu_o} \right)^{-1}$$

En las ecuaciones (19) a (21) se han definido las siguientes funciones auxiliares:

$$F_x = \frac{\lambda k_x}{u_x} \frac{d p_c}{d S_w}; \quad F_y = \frac{\lambda k_y}{u_y} \frac{d p_c}{d S_w}; \quad F_z = \frac{\lambda k_z}{u_z} \frac{d p_c}{d S_w}; \quad G_z = \frac{\lambda k_z}{u_z} (\rho_w - \rho_o) g \cos \theta \quad (23)$$

Entonces, las componentes de  $f(S_w)$  definidas por medio de las Ecs. (19) a (22) pueden expresarse por medio de las Ecs. (23) como sigue:

$$f_x = F_x \frac{\partial S_w}{\partial x} + \frac{\lambda}{\lambda_o}; \quad f_y = F_y \frac{\partial S_w}{\partial y} + \frac{\lambda}{\lambda_o}; \quad f_z = F_z \frac{\partial S_w}{\partial z} + G_z + \frac{\lambda}{\lambda_o} \quad (24)$$

Reemplazando estas componentes en la ecuación (5, 6) para la continuidad del agua:

$$\begin{aligned} \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{w} &= \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = \\ &= \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( u_x F_x \frac{\partial S_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( u_y F_y \frac{\partial S_w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( u_z F_z \frac{\partial S_w}{\partial z} \right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left( u_x \frac{\lambda}{\lambda_o} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( u_y \frac{\lambda}{\lambda_o} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( u_z \frac{\lambda}{\lambda_o} \right) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

En los términos de esta ecuación (25) se observa que todas las variables involucradas dependen únicamente de la saturación del agua. Definiendo las partes correspondientes en términos tensoriales se obtiene una sola ecuación más compacta. Sean:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} u_x F_x & 0 & 0 \\ 0 & u_y F_y & 0 \\ 0 & 0 & u_z F_z \end{pmatrix}; \quad \vec{G} = \begin{pmatrix} u_x \frac{\partial}{\partial S_w} \left( \frac{\lambda}{\lambda_o} \right) \\ u_y \frac{\partial}{\partial S_w} \left( \frac{\lambda}{\lambda_o} \right) \\ u_z \frac{\partial}{\partial S_w} \left( \frac{\lambda}{\lambda_o} \right) + u_z \frac{\partial G_z}{\partial S_w} \end{pmatrix} \quad (26)$$

$\mathbf{F}$  es el tensor de movilidad de las fases.

$\vec{G}$  es el vector de la movilidad relativa de ambas fases.

La Ecuación en Derivadas Parciales que modela a la fase agua queda finalmente así:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{F} \cdot \vec{\nabla} S_w) + \vec{G} \cdot \vec{\nabla} S_w = 0 \quad (27)$$

$$S_w = S_w(x, y, z, t)$$

### Cálculo de Permeabilidades Relativas y de la Presión Capilar

En el cálculo de las permeabilidades agua – aceite, se utilizaron las correlaciones propuestas por Brooks y Corey en 1964 y verificadas experimentalmente en una publicación reciente (Cunha *et al.*, 1999):

$$k_{rw}(S_w) = 0.0525 \left( \frac{S_w - 0.363}{0.326} \right)^{2.714}; \quad k_{ro}(S_w) = 1.3180 \left( \frac{0.689 - S_w}{0.326} \right)^{1.193} \quad (28)$$

Los números dentro de los paréntesis y los exponentes fueron medidos experimentalmente, mientras que los valores fuera de los paréntesis se obtuvieron por ajustes de mínimos cuadrados (Cunha *et al.*, 1999). Para la presión capilar se usaron los valores experimentales reportados por Aziz (1998) junto con la Ec. (1).

La ecuación (27) es una EDP de tipo parabólico no lineal, función solo de la saturación  $S_w$ . Resolver la ecuación (27) permite obtener soluciones para ambas saturaciones  $S_w(x, y, z, t)$ ,  $S_o(x, y, z, t)$ , enseguida deducir  $k_{rw}(S_w)$  y  $k_{ro}(S_w)$  a partir de la ec. (28), así como la presión capilar  $p_c(S_w)$  en el instante  $t$  y en cualquier punto  $(x, y, z)$ . Con  $(k_{rw}, k_{ro})$  calculamos  $\lambda_w$ ,  $\lambda_o$  y  $\lambda$  usando la ecuación (22). Enseguida se pueden calcular las componentes del tensor  $F(S_w)$  y del vector  $G(S_w)$  con las ecs, (23);  $(f_x, f_y, f_z)$  se computan usando las ecuaciones (24). La saturación del aceite es simplemente  $S_o = 1 - S_w$ . A partir de los resultados anteriores, se pueden calcular las velocidades de las fases empleando las ecuaciones (16) y finalmente

despejar el gradiente de cada presión en (14) o usando la Ley de Darcy (11) y (12). Finalmente la presión capilar se calcula usando la ecuación (18).

### Cálculo del gasto crítico de aceite para el pozo Puerto Ceiba 115 invadido por agua

El pozo Puerto Ceiba 115 se invadió por la entrada anormal de agua a través de una falla conductiva, en febrero de 2004. La Tabla 1 presenta la información relacionada con las condiciones de producción y de los fluidos de este pozo. Birks (1963) ha presentado la expresión siguiente para el caso de un pozo que produce en la vecindad de una falla conductiva, que relaciona la caída de presión de flujo crítica,  $\Delta p_{wcr}$ , que es igual a la diferencia entre la presión promedio en el área de drene del pozo,  $\bar{p}$ , y la presión de fondo fluyente crítica,  $p_{wfc}$ , ( $= \bar{p} - p_{wfc}$ ), con respecto a la distancia vertical  $\Delta H$ , entre la base del intervalo abierto a producción y el contacto agua-aceite (CAA):

$$\Delta H = 1.47 \frac{\Delta p_{wcr}}{\Delta \rho_{wo}} \left( 6.33 - 2.30 \log \frac{\Delta p_{wcr}}{\Delta \rho_{wo}} \right) \quad (29)$$

La diferencia entre las densidades del agua,  $\rho_w$ , y del aceite,  $\rho_o$ , está expresada por:  $\Delta \rho_{wo} = \rho_w - \rho_o$ . El término  $\Delta p_{wcr}$  es la caída de presión crítica a partir de la cual se inicia el ascenso (flujo) anormal del agua a través de la falla conductiva. Calculando por medio de la información incluida en la Tabla 1 la diferencia entre las densidades de los fluidos:  $\Delta \rho_{wo} = 1145 - 770 = 375 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ . Entrando con el valor para la distancia vertical  $\Delta H = 375 \text{ m}$  (Tabla 1) y la diferencia entre las densidades  $\Delta \rho_{wo} = 375 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ , se obtiene aproximadamente a través de una extrapolación de los resultados gráficos presentados en la Figura 3, el valor siguiente para la caída de presión crítica:  $\Delta p_{wcr} \cong 140 \text{ (bars)} = 144.8 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ . Al comparar las diferencias entre las presiones a la cual estaba sometido el pozo al momento de presentarse la invasión anormal del agua,  $\Delta p_w$  y la crítica  $\Delta p_{wcr}$ , se tiene:  $\Delta p_w = 240 \text{ kg/cm}^2 > \Delta p_{wcr} = 144.8 \text{ kg/cm}^2$ . Consecuentemente el gasto de producción del pozo ( $q_o = 11000 B_{ce}/D$ ) era superior al gasto crítico a partir del cual se esperaría el avance del agua a través de la falla conductiva.

Presión promedio, $\bar{p}$	940 kg/cm <sup>2</sup>
Presión de fondo fluyendo $p_{wf}$	700 kg/cm <sup>2</sup>
Gasto del pozo, $q_o$	11000 $B_{ce}/D$
Densidad del aceite, $\rho_o$	770 kg/m <sup>3</sup>
Densidad del agua, $\rho_w$	1145 kg/m <sup>3</sup>
Diferencia entre la presión promedio y la presión de fondo fluyendo, $\Delta p_w = \bar{p} - p_{wf}$	240 kg/cm <sup>2</sup>
Distancia vertical entre la base del intervalo abierto a producción y el contacto agua-aceite, $\Delta H$	375 m

Tabla 1. Información relacionada al pozo PC-115 al mes de febrero de 2004.

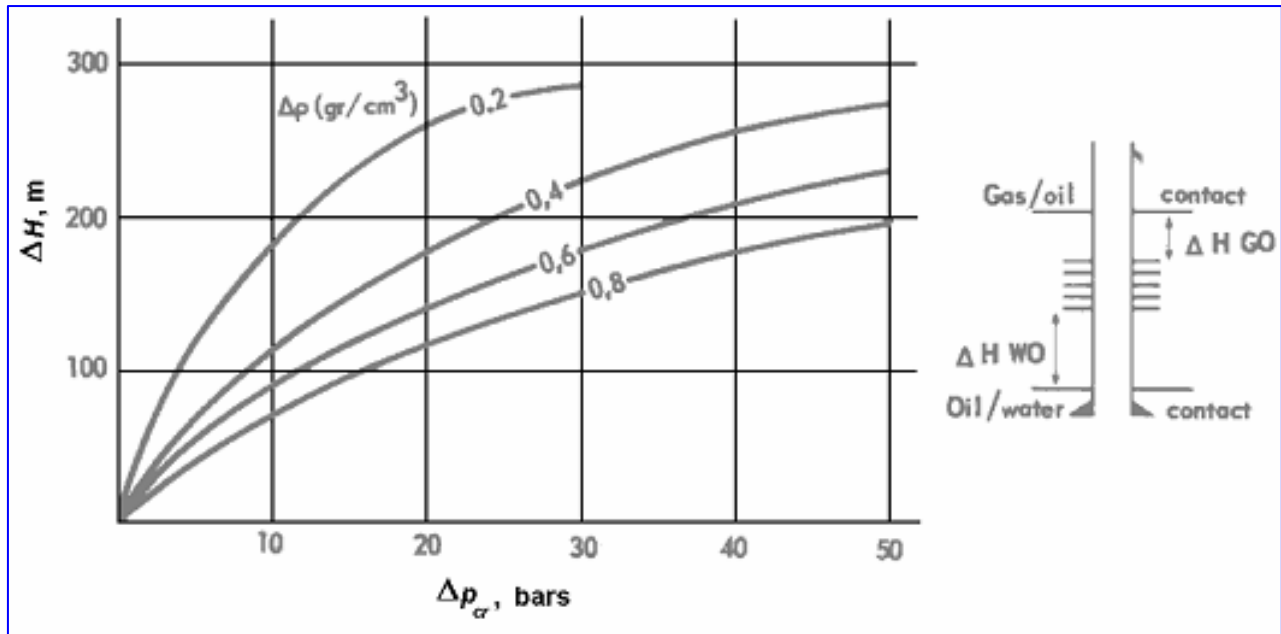


Figura 3. Conificación (entrada anormal) de agua a un pozo productor, a través de una falla conductiva.

El gasto crítico  $q_{ocr}$  y el gasto real  $q_o$  pueden expresarse por medio de la expresión para el gasto de un pozo que produce bajo condiciones de flujo pseudoestacionario\* :

$$q_{ocr} = \frac{k h \Delta p_{wcr}}{\alpha_o B \mu \left[ \ln 0.472 \left( r_e / r_w \right) + s \right]}, \quad y: \quad q_o = \frac{k h \Delta p_w}{\alpha_o \mu \left[ \ln 0.472 \left( r_e / r_w \right) + s \right]} \quad (30)$$

\*Se emplea en este cálculo la consideración de flujo pseudoestacionario, aunque para las condiciones físicas de los pozos de este campo en que se tiene asociado un acuífero, la condición de frontera exterior es una combinación de cerrada al flujo (pseudoestacionaria) y de mantenimiento de presión (estacionaria).

Donde  $\alpha_o$  es una constante de conversión de unidades. Dividiendo ambas ecuaciones y despejando el gasto crítico de aceite,  $q_{ocr}$  y evaluando esta expresión:

$$q_{ocr} = \frac{\Delta p_{wcr}}{\Delta p_w} q_o = \left( \frac{144.8}{240} \right) \left( 11000 \frac{B_{ce}}{D} \right) = 6600 \frac{B_{ce}}{D} \quad (31)$$

Este es un cálculo aproximado para el gasto crítico de aceite de un pozo cuyo intervalo abierto a producción está cercano a una falla conductiva. Al ser menor que el gasto real que tenía el pozo antes de su invasión por agua,  $q_{ocr} > q_o$ , indica que el gasto de producción que se imponga debe considerar estas condiciones de invasión anormal por agua.

El problema general de calcular en que forma se distribuyen y evolucionan las saturaciones de ambas fases  $S_w(x,y,z,t)$  y  $S_o(x,y,z,t)$  en cualquier dirección del plano de la falla, se reduce a la resolución numérica de la Ecuación Vectorial en Derivadas Parciales Parabólica (27). Para encontrar esta solución

por vía numérica, empleamos el Método de los Elementos Finitos.

#### 4. Simulación numérica en 2D con datos de un pozo invadido por agua

##### Malla, estado inicial y gráficas de la simulación numérica en 2D

Procedemos a efectuar la simulación numérica en dos dimensiones de la zona de extracción del pozo PC-115 del yacimiento Puerto Ceiba (Fig. 1). Para realizarla, suponemos que el reservorio y el acuífero forman una sola unidad geológica. El acuífero se encuentra a presión constante (Tabla 1) y provee de agua a la falla en forma continua por efecto de la diferencia de presiones en la frontera CAA, diferencia que se produce por efecto de la extracción de aceite. La simulación de la falla se hace mediante un medio poroso de alta permeabilidad de  $\sim 10^3$  Darcy, la falla conductiva se encuentra en el centro de esta región. La zona lateral de influencia de la falla se encuentra a presión constante y los cambios sólo ocurren en la dirección vertical. La presión inicial promedio estimada en la zona es de  $940 \text{ kg/cm}^2$ .

Para representar en forma simple la geología y geometría de esa zona, se creó una malla no estructurada (Fig. 4), de dimensiones  $6000 \text{ m} \times 800 \text{ m}$ , con 552 elementos triangulares y 2640 grados de libertad. El tipo de interpolación usado fue con polinomios de Lagrange cuadráticos. El sistema lineal se resuelve en forma directa. El pozo corta la falla y se le somete a varios gastos de extracción hasta que se observa invasión de salmuera.

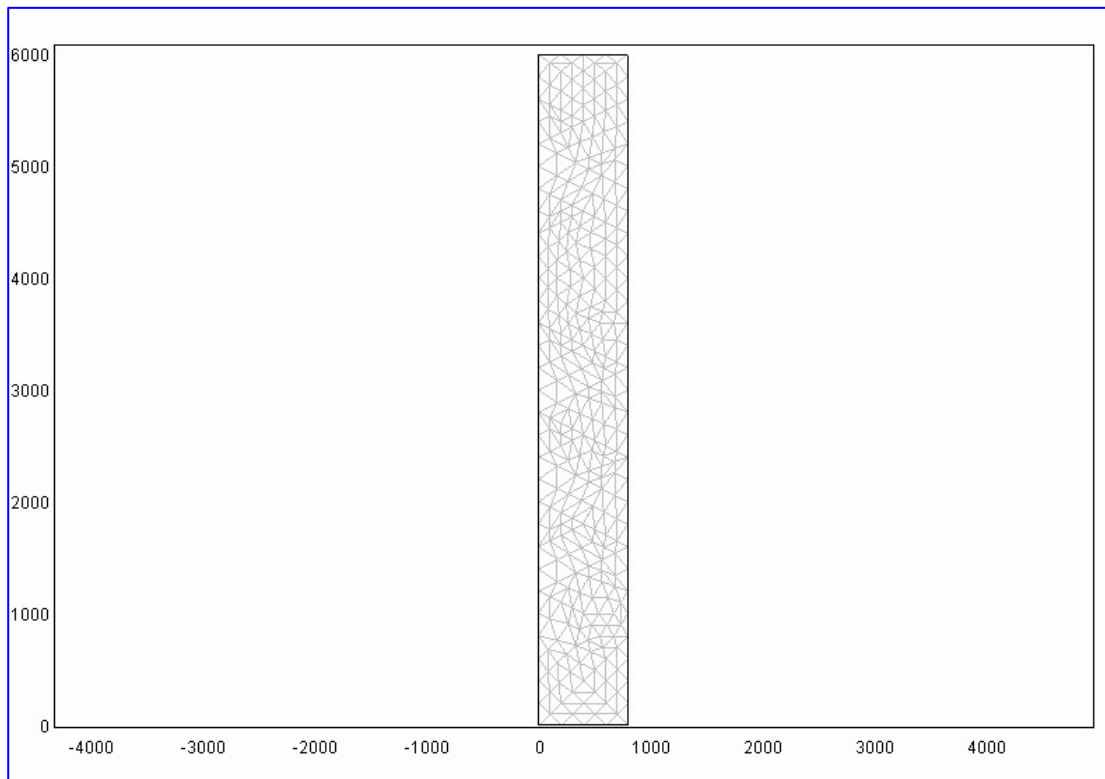


Fig. 4. Malla no estructurada con 552 elementos representando la zona de invasión de salmuera. Escalas en metros; la vertical está invertida.

##### Discusión de la simulación numérica en 2D

Los datos de la Tabla 1 corresponden a estudios y mediciones hechos en el pozo PC-115. La altura

o distancia vertical entre la base del yacimiento (parte inferior de la zona disparada) y el inicio del acuífero profundo es igual a 375 metros. Esta es la posición geológica que se encuentra a una profundidad de 6000 metros y corresponde a la frontera del contacto agua - aceite (CAA). La existencia de la zona de transición indicada (Fig. 2) es el efecto principal producido por las fuerzas capilares en el medio poroso de interés. En esta zona la saturación  $S_w$  disminuye en función de  $h_c$  desde 1 en el plano CAA, hasta  $S_{wi} = 0.363$  (correlaciones de Corey-Brooks) a la altura máxima  $h_c$ . Según datos del pozo Ceiba 115 (Tabla 1) la altura capilar inicial  $h_c = 375$  m. Mientras que las densidades son:  $\rho_w = 1145$   $\text{kg/m}^3$ ,  $\rho_o = 770$   $\text{kg/m}^3$  y  $g = 9.8$   $\text{m/s}^2$ . Entonces la presión capilar en la zona donde  $S_w = S_{wi}$  es:

$$P_c(S_{wi}) = h_c \Delta \rho g = 375 \text{ m} (1145 - 770) \text{ kg/m}^3 \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 13.78 \text{ bar}$$

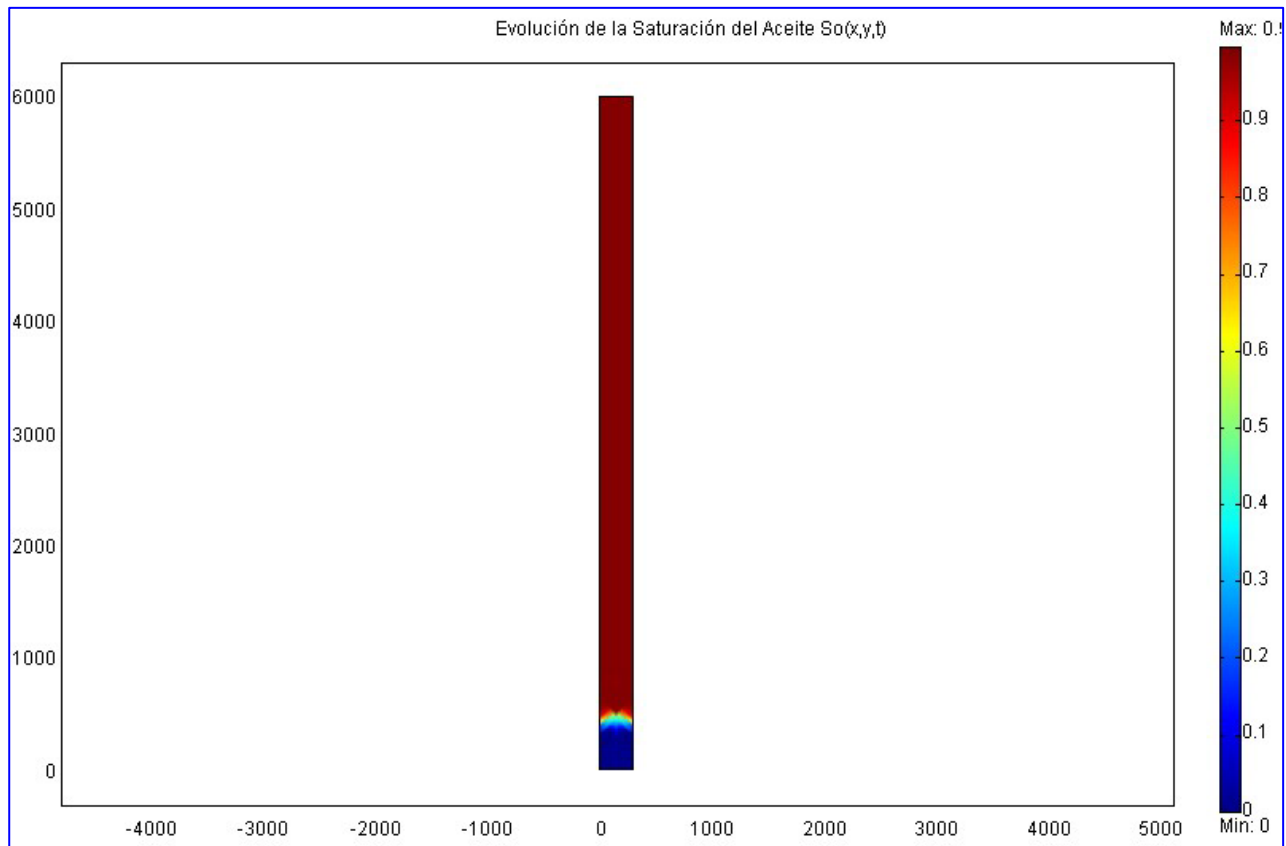


Fig. 5. Estado inicial de la zona antes de la invasión de salmuera. El acuífero se localiza en el fondo (0 m), donde se encuentra el contacto agua-aceite (CAA).

Con los datos de la Tabla 1 se procedió a efectuar simulaciones con diferentes gastos, que permitieran estimar posibles producciones críticas. La Figura 5 muestra el estado inicial de la zona de falla, donde se hace la extracción, con una saturación uniforme de aceite del 100%. Solamente con el propósito de hacer más visible el efecto de la invasión en nuestra presentación, exageramos la dimensión vertical de la zona bajo estudio. Además, debido a que no estamos simulando el flujo en dos fases al interior del pozo, estamos suponiendo que lo que ocurre dentro del pozo, es un reflejo del proceso de invasión en la formación. Consideramos exageradamente que los 6000 metros de espesor están dentro del yacimiento de aceite, cuando en realidad esto no es así. Durante la simulación numérica se extrajeron varios gastos de aceite en el intervalo (3000, 8000)  $\text{B}_c/\text{Día}$ . Este procedimiento permitió, por ensayos sucesivos,

estimar el gasto para el cual la invasión abrupta de salmuera puede ocurrir. En cada simulación se graficó el comportamiento focal en algunos puntos clave, en la zona de extracción y también se graficó la distribución bidimensional tanto del aceite como del agua invasora.

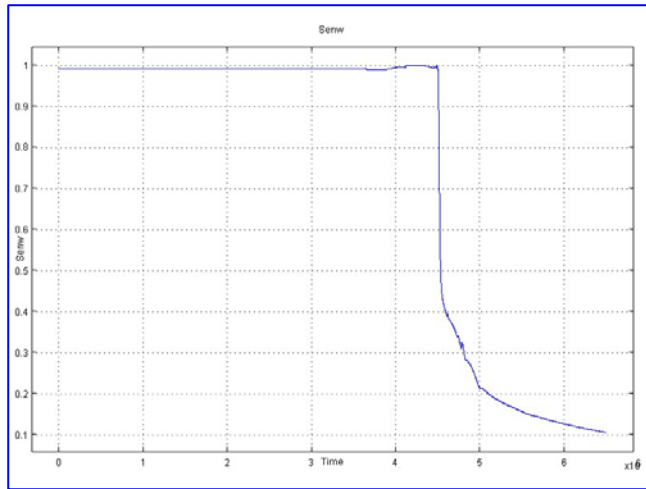


Fig. 6. Saturación de aceite (eje vertical) afectada por la invasión de salmuera en el punto (0, 5500) m. El tiempo transcurre en segundos.

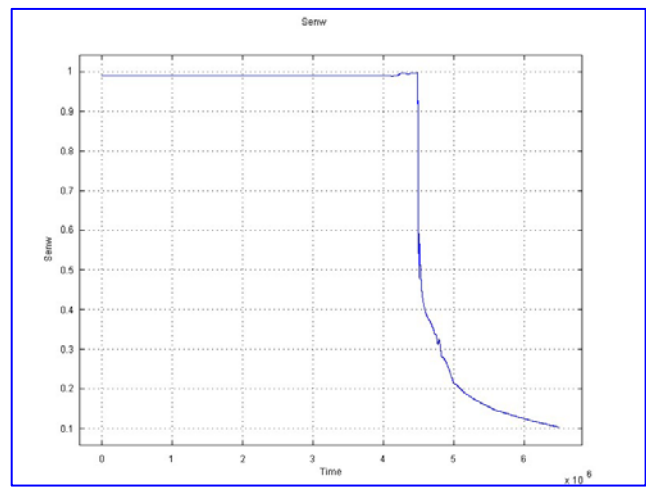


Fig. 7. Saturación de aceite (eje vertical) afectada por la invasión de salmuera en el punto (150, 5500) m. Abatimiento abrupto a los 52 días de producción.

Finalmente pudimos obtener un gasto crítico constante con el cual la invasión de salmuera es masiva. Las figuras 6 a 9 muestran, para este gasto, la evolución de la saturación de aceite  $S_o(t)$  en algunos de los puntos más ilustrativos del comportamiento de  $S_o(t)$ . Las coordenadas de esos puntos se indican en las mismas figuras.

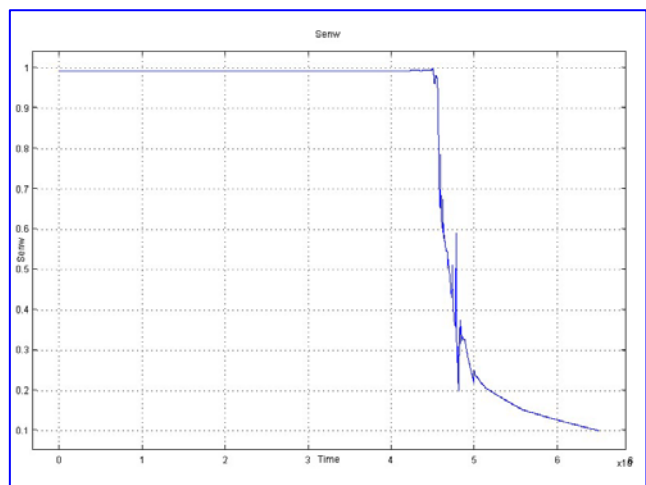


Fig. 8. Evolución de la saturación de aceite afectada por la salmuera en el punto (150, 5800) m. El tiempo transcurre en segundos.

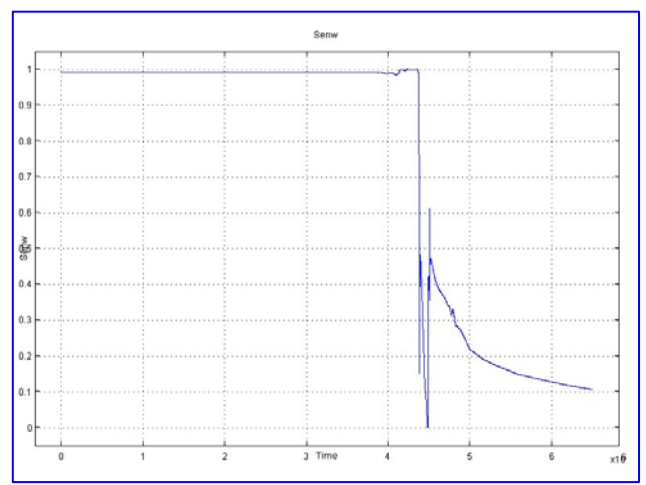


Fig. 9. Saturación de aceite afectada por la invasión de la salmuera en el punto (300, 5500) m. Abatimiento y fluctuación a los 48 días de producción.

Las figuras 10 a 15 son las superficies bidimensionales de la zona simulada, ilustrando la evolución de ambas distribuciones  $S_o$  y  $S_w$  en toda esa región. El gasto crítico de aceite estimado con esta simulación es de 7057 B<sub>ce</sub>/Día. Para este gasto, el abatimiento abrupto del aceite es del 80% y va de  $S_o = 1$  hasta  $S_o = 0.2$  en un lapso de 6 días (Figs. 6 y 7), una vez transcurridos entre 48 días y 52 días de producción.

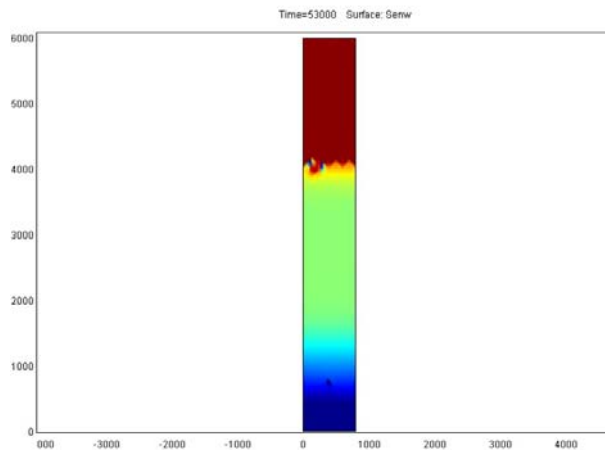


Fig. 10. Saturación del aceite en la zona invadida por la salmuera después de 15 horas de establecerse la zona de transición (en color verde).

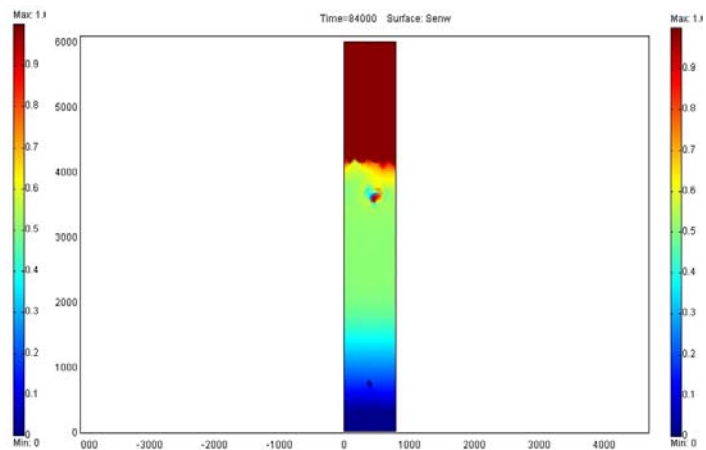


Fig. 11. Saturación del aceite en la zona invadida por la salmuera después de 23 horas de establecerse la zona de transición (en color verde).

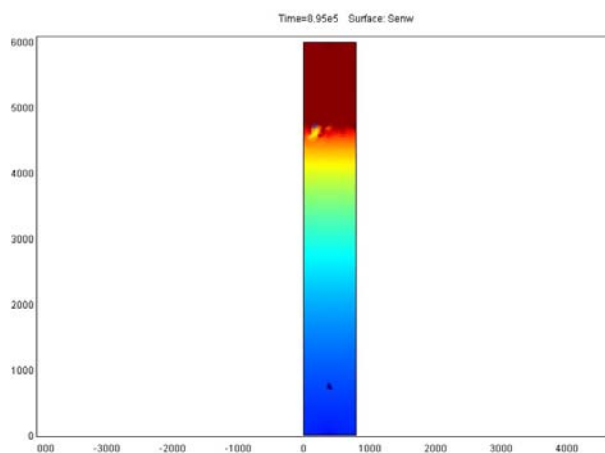


Fig. 12. Saturaciones del agua y del aceite a los 10.4 días de extracción.

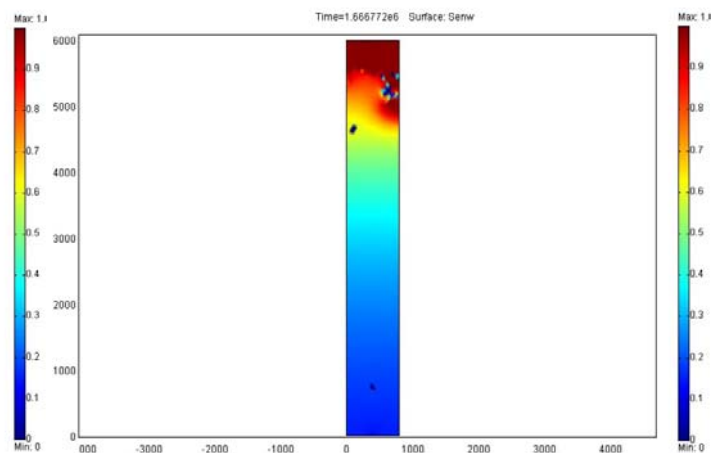


Fig. 13. Saturaciones del agua y del aceite a los 20 días de extracción.

## Conclusiones

- ❖ Prácticamente, todos los reservorios de hidrocarburos presentan flujo simultáneo de agua, aceite y gas. Este proceso es especialmente importante durante los procesos de producción. El

mecanismo de drenaje de agua, donde esta desplaza parcial o completamente al aceite y al gas, es de gran interés teórico y práctico.

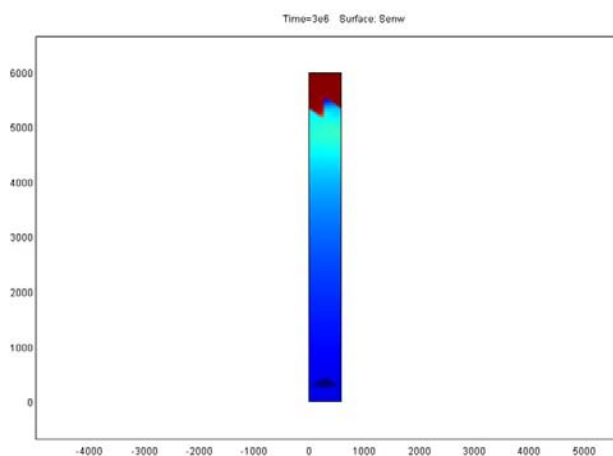


Fig. 14. Saturaciones del agua y del aceite a los 35 días de extracción.

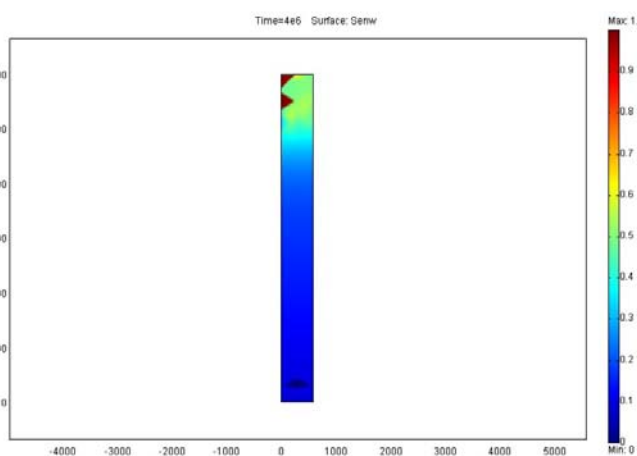


Fig. 15. Saturaciones del agua y del aceite a los 46.3 días de extracción.

- ❖ La producción mundial de agua es aproximadamente de  $210 \times 10^6$  barriles diarios ( $33.4 \times 10^6$  m<sup>3</sup>/D). Mientras que la producción de petróleo es de unos 80 millones de barriles en el mismo período. Por consiguiente, la mayor producción de muchas compañías petroleras es agua.
- ❖ La presencia de agua en los yacimientos de hidrocarburos es un serio problema práctico y económico. La estimación del costo actual de los sistemas de manejo de salmuera oscila entre 5 y 50 centavos de dólar por barril de agua y asciende a 4 dólares americanos por barril de petróleo en pozos que producen aceite con 80% de agua. El costo mundial de disponer de esta agua es de unos 40 mil millones de dólares.
- ❖ Desarrollamos un nuevo modelo matemático en 3D para simular el desplazamiento de las dos fases, agua y aceite. El modelo permite representar la invasión de agua salobre en pozos productores de aceite. Presentamos aplicaciones con datos de un pozo en el Golfo de México.
- ❖ En la simulación aquí ilustrada, la distribución vertical de la saturación de aceite es afectada por la invasión de salmuera con un abatimiento abrupto del 80% en un lapso de 6 días. Este cambio brusco ocurre una vez transcurridos entre 48 días y 52 días de producción, después que se establece una cierta zona de transición entre el yacimiento y el acuífero.
- ❖ El gasto crítico de aceite estimado con la simulación numérica es de 7057 B<sub>ce</sub>/Día. El gasto crítico de aceite estimado con un modelo analítico es de 6600 B<sub>ce</sub>/Día. El tiempo de extracción necesario para que la zona de transición quede determinada en el espacio es variable, pues depende de las condiciones específicas de cada formación.

## Referencias

Arnold, R., D. Burnett, J. Elphick, T. Feeley, M. Galbrun, M. Hightower, Z. Jiang, M. Khan, M. Lavery, F. Luffey and P. Verbeek, 2004. Managing Water – From Waste to Resource. *Oilfield Review*, 16, No. 2, pp. 26-41.

- Aziz, K., 1998. Notes for Petroleum Reservoir Simulation. *Course of the Petroleum Engineering Department*, PE 223, Stanford University, Winter 1998 - 1999.
- Birks, J., 1963. Coning theory and its use in predicting allowable producing rates of a fissure limestone reservoir. *Iranian Petroleum Institute Bulletin*, **12**, Dec. 1963.
- Buckley, S.E., and M.C. Leverett, 1942. Mechanism of fluid flow in sands. *Trans. AIME*, 146, pp. 107-116.
- Cunha, C., E.J. Bonet and A.C. Corrêa, 1999. Water Alternating Gas Injection: Laboratory Measurements and Comparison with Analytical Calculation. *Journal of Porous Media*, **2/2**, pp. 143-151.
- Passmore, M.J., and J.S. Archer, 1985. Thermal properties of reservoir rocks and fluids. *Developments in Petroleum Engineering - 1*, pp. 265-290.
- Pedersen, K.S., and P.L. Christensen, 2006. *Phase Behavior of Petroleum Reservoir Fluids*, CRC-Taylor & Francis Group, 2006.
- Suárez, M.C., F. Samaniego y R. Pacheco, 2006. Ingeniería del Activo Bellota-Jujo, Reporte de Avance No. 2. Diseño de Explotación, PEMEX-Exploración-Producción, Comalcalco, Tab. Inédito.